

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Государственный университет «Дубна»

Филиал «Протвино»
Кафедра общеобразовательных дисциплин

Общий физический практикум: механика

ПРАКТИКУМ

Рекомендовано учебно-методическим советом
университета «Дубна» в качестве
практикума для студентов, обучающихся
по направлениям подготовки «Автоматизация
технологических процессов и производств»,
«Информатика и вычислительная техника», «Физика»
(бакалавриат)



Дубна
2022

УДК 531
ББК 22.2я73-5
О 288

Рецензент:

д. ф.-м. н., главный советник директора по электронике ИФВЭ
им. А.А. Логунова Национального исследовательского центра
«Курчатовский институт» *В.А. Сенько*

Авторы:

П. Н. Кривцов, А. В. Куликов, А. А. Масликов, А. Н. Сытин

О 288 Общий физический практикум: механика : практикум /
П.Н. Кривцов, А.В. Куликов, А.А. Масликов, А.Н. Сытин. – Дубна :
Гос. ун-т «Дубна», 2022. – 88 с.

ISBN 978-5-89847-673-1

Практикум предназначен для студентов, изучающих физику в рамках комплекса общеобразовательных дисциплин, и составлен авторами на основе опыта преподавания дисциплины «Механика» (лекции, семинары и лабораторные работы) в филиале «Протвино» государственного университета «Дубна» начиная с 2001 г.

Измерения на лабораторных установках непосредственно фиксируются компьютером и отображаются на мониторе. Это позволяет ускорить обработку результатов измерений, что дает возможность выполнения каждой лабораторной работы во временных рамках двух академических часов.

Практикум предназначен для студентов, обучающихся по программам бакалавриата «Автоматизация технологических процессов и производств», «Информатика и вычислительная техника», «Физика» в филиале «Протвино» государственного университета «Дубна».

УДК 531
ББК 22.2я73-5

ISBN 978-5-89847-673-1

© Государственный университет
«Дубна», 2022
© Кривцов П.Н., Куликов А.В.,
Масликов А.А., Сытин А.Н., 2022

Введение

1. Программное обеспечение L-micro и работа с ним

Программное обеспечение (программа L-micro) для работы с набором «Практикум по физике» прилагается к компьютерному измерительному блоку. Программа позволяет регистрировать сигналы, поступающие от датчиков, отображать их на экране, проводить обработку данных и представлять ее результаты на экране. Программа допускает остановку записи данных в любой момент времени и оперативный просмотр полученных графиков.

Инсталляция программы на компьютере

Выключите питание компьютера. Подсоедините с помощью СОМ-удлинителя (поставляется вместе с измерительным блоком) компьютерный измерительный блок к СОМ-порту компьютера. Включите измерительный блок в сеть и включите компьютер. Поместите в привод диск с программным обеспечением. Запустите файл SETUP в директории L-micro. Следуйте инструкциям, выдаваемым программой. После установки программа будет расположена в каталоге C:\Program Files\L-micro\Физика-практикум либо в той директории, которую вы выберете во время инсталляции на указанном вами диске.

Если программа уже была установлена и вам нужно подключить измерительный блок, то сделайте следующее. Выключите компьютер. Подсоедините СОМ-удлинителем компьютерный измерительный блок к СОМ-порту компьютера. Включите измерительный блок и включите компьютер. Запустите «Программу поиска измерительного блока» в меню «Пуск» или программу l-check.

Работа с программой

Запустите программу «L-физика-практикум» с рабочего стола или из меню «Пуск».

В первом окне нажмите кнопку «Выбор работы» (нажав на левую кнопку мыши). В окне выбора эксперимента выберите указателем мыши нужный эксперимент и дважды щелкните на его название.

В следующем окне вы можете вызвать на экран краткое описание работы и порядка выполнения опыта, выполнить настройку

оборудования (если это предписывается инструкцией по выполнению работы) или сразу перейти к измерениям.

В режиме настройки оборудования вы можете проверить работоспособность датчиков, используемых в опыте, и, если это требуется, настроить датчик.

В режиме проведения эксперимента на экране имеется система координат для построения зависимостей измеряемых величин от времени. На осях нанесены деления, соответствующие данному сценарию эксперимента.

В верхнем правом углу экрана находятся кнопки свертки окна программы и выхода из меню эксперимента. Управляющие кнопки расположены в нижней части экрана. Эти клавиши служат для управления программой в режиме измерений и при работе с полученными данными. В правой части экрана выводятся окна с цифровыми значениями измеряемых физических величин.

Регистрация данных и вывод их на график начинается при нажатии кнопки «Пуск», а останавливается кнопкой «Стоп», которая появляется на месте кнопки «Пуск» при регистрации данных. В режиме измерений окна цифровых индикаторов отображают сигнал от датчиков в текущий момент времени.

Кнопка «Пауза» служит для приостановки вывода графики на экран. При нажатии кнопки «Пауза» измерения не прерываются, останавливается вывод графиков и появляется возможность работы с данными, уже выведенными на экран. После нажатия кнопки «Пауза» она заменяется кнопкой «Далее», нажатие на которую приведет к выводу на экран всех данных, полученных за время после включения паузы, и продолжению вывода измеряемых в данный момент значений.

Работа с данными на экране осуществляется после завершения записи данных или в режиме паузы. Щелчком левой клавиши мыши отметьте точку, в которой вы хотите получить значения измеренных величин. При этом будет вызван курсор, представляющий собой вертикальную линию. Значения переменных, на которые наведен курсор, выводятся соответствующим цветом в окнах в правом верхнем углу экрана. В правом нижнем углу (белым цветом) выводится время от начала эксперимента. Вы можете перемещать курсор, нажав и не отпуская левую кнопку мыши на его линии.

После завершения эксперимента или в режиме паузы можно, нажав и не отпуская левую клавишу мыши, выделить (слева направо) квадрат на части экрана, отведенного под вывод графической информации. После того как будет отпущена левая кнопка мыши, масштаб изменится так, что выделенный участок графика займет весь экран. Если выделить квадрат справа налево, график вернется к исходному масштабу. Вернуть к исходному масштабу только одну из осей помогут кнопки «Ось OX» и «Ось OY». Предусмотрена возможность, не изменяя масштаба, сдвигать экран. Для этого необходимо нажать правую кнопку мышки и, не отпуская ее, двигать мышку вправо или влево. Сдвиг экрана также поможет рассмотреть график, в случае если часть графической информации попала под окна вывода. Чтобы полностью убрать с экрана индикаторы положения курсора, воспользуйтесь двойным щелчком мыши. Чтобы вернуть индикаторы на прежнее место, достаточно дважды щелкнуть мышкой.

2. Основные правила техники безопасности

1. К самостоятельному выполнению лабораторных работ студент может приступить после прохождения инструктажа по проведению лабораторных работ и усвоения безопасных методов их выполнения, о чем студент расписывается в журнале по технике безопасности. Эта подпись является также обязательством восстановить оборудование, вышедшее из строя по вине студента.

2. Перед выполнением работы необходимо тщательно изучить ее описание.

3. Работы следует выполнять на исправных установках.

4. Измерительные приборы и инструмент необходимо использовать только по их прямому назначению.

5. Включать приборы и лабораторные установки можно лишь после разрешения преподавателя.

3. Отчет по лабораторной работе

1. Данные измерений и расчетов следует записывать четко и кратко в заранее подготовленные таблицы.

2. Точность измерений и расчетов должна соответствовать цели опыта.

3. В каждом опыте необходимо устранять возможные систематические погрешности, оценивать случайные погрешности и точность результата измерений.

4. Следует проанализировать результаты каждого эксперимента и сделать выводы.

Отчет содержит следующие разделы.

1. Цель работы (дана в описании каждой работы или занятия).

2. Схема установки принципиальная, с необходимыми пояснениями.

3. Основные расчетные формулы с пояснением величин.

4. Опытные данные (в таблицах).

5. Расчеты.

6. Оценки точности измерений.

7. Графики, построенные на миллиметровой бумаге по соответствующим правилам.

8. Вывод – это краткое заключение о результатах работы, согласующееся с ее целью.

Вывод включает в себя:

1) основные численные результаты измерений;

2) погрешность измерений, в случае относительной погрешности более 15% обязателен анализ и указание причин, приведших к снижению точности эксперимента;

3) анализ результатов:

- сравнение опытных зависимостей (графиков) с теоретическими;

- сравнение полученных экспериментальных значений с табличными (обязательна ссылка на источники информации);

- сопоставление их расхождений с точностью измерений.

4. Статистическая обработка измерений

4.1. Результат измерения и погрешности

Измерением называют нахождение значения физической величины опытным путем с помощью технических средств. По способу выполнения измерения делят на прямые и косвенные. В прямых измерениях величину определяют непосредственно по шкале

прибора, например, секундомера при измерении времени или амперметра при измерении тока. В косвенных измерениях результат вычисляют по формулам, используя данные прямых измерений. Так, например, определяют ускорение по формуле $a = 2s/t^2$, где путь s и время движения t измеряют непосредственно.

Результат всегда получают с некоторой погрешностью и в любом измерении находят не истинное значение величины, а лишь близкое к нему. Поэтому результат записывают в виде интервала, например:

$$x = (25 \pm 2) \text{ мм.}$$

Это означает, что истинное значение величины x лежит, вероятнее всего, в пределах от 23 до 27 мм.

Точность измерения величины x определяют по абсолютной или относительной погрешности.

Абсолютная погрешность Δ_x измеряемой величины равна разности измеренного x и истинного значения X , которое, конечно, неизвестно:

$$\Delta_x = |x - X|. \quad (1)$$

При одинаковой абсолютной погрешности точность измерения может быть существенно разной. В частности, из двух измерений длин $l_1 = 100$ м, $l_2 = 10^4$ м, выполненных с одинаковой абсолютной погрешностью $\Delta_l = 1$ м, второе отличается гораздо большей точностью. Точность измерения оценивают по относительной погрешности.

Относительная погрешность δ_x равна отношению абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{|X|} \cdot 100\%. \quad (2)$$

4.2. Систематические и случайные погрешности

Погрешности в зависимости от причин появления разделяют на систематические и случайные.

Систематические погрешности Δ_s вызываются факторами, которые действуют одинаково в ряде измерений. Величина и знак

этих погрешностей остаются постоянными или изменяются закономерно при повторении измерений. К систематическим относятся погрешности измерения времени, если секундомер отстаёт (или спешит), погрешности отсчёта по прибору, у которого начальное положение стрелки не совпадало с нулем шкалы. *Систематические погрешности можно исключить* путем поверки приборов по эталонам и введением поправок.

Систематическую погрешность, величина которой неизвестна, нередко *удаётся перевести в случайную* и тем самым учесть. Например, измеряя в одном месте толщину пластинки, которая не является параллельной, допускают систематическую погрешность. Но, проведя измерения в разных участках пластинки, находят среднее из полученных значений с некоторой случайной погрешностью. Другая систематическая погрешность – параллакс, возникает при отсчёте по шкале всякий раз, если наблюдатель смотрит на шкалу под одним и тем же (не прямым) углом. Если же стараться направлять взгляд нормально шкале, то погрешность параллакса становится малой и случайной.

Случайные погрешности Δ обусловлены нерегулярно действующими факторами или совокупностью случайных причин. Случайные погрешности нередко связаны с изменением свойств объекта измерения, с колебаниями напряжения источника питания или температуры. В ряде однотипных измерений случайные погрешности беспорядочно изменяются по величине и знаку. *Случайную погрешность оценивают по разбросу результатов* в повторных измерениях. Простейшую оценку выполняют по формуле:

$$\Delta_x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}, \quad (3)$$

где x_{\max} и x_{\min} – максимальное и минимальное значения из ряда полученных при повторных измерениях.

Интервал (3), записанный с такой погрешностью, содержит истинное значение X с вероятностью

$$P = 1 - (1/2)^N. \quad (4)$$

Эта доверительная вероятность P зависит от числа измерений N .

Разновидностью случайной погрешности является *промах* – это грубая погрешность, вызванная нарушением условий эксперимента. Как правило, промахом является неверный отсчет по шкале прибора, неправильная запись или ошибка в вычислениях. Обычно промах резко отличается по величине от других значений, и при обработке опытных данных его отбрасывают. Нужно иметь в виду, что промах можно заметить только при повторении измерений, поэтому не следует ограничиваться одним измерением.

4.3. Приборная погрешность

Анализируя *источники* погрешностей, выделяют следующие из них: измерительные приборы, объект измерения и установка, операция вычисления результата.

Показание прибора отличается от истинного значения измеряемой величины, и это отклонение принято называть **приборной** погрешностью. Она включает в себя *погрешность отсчета* в результате округления до ближайшего деления шкалы и *погрешность показаний*, связанную с несовершенством прибора (неравномерность делений шкалы, люфт и трение в подвижных частях). При аккуратном выполнении измерений погрешностью отсчета можно пренебречь. Погрешность показаний прибора приводится в паспорте или определяется по классу точности прибора. В том и в другом случаях указывают максимальное значение, которое называют **предельной** приборной погрешностью, ей соответствует доверительная вероятность $P = 0.997$.

Класс точности прибора γ показывает относительную предельную погрешность (в %) для наибольшего измеряемого значения, равного пределу шкалы X_{\max} :

$$\gamma = \frac{\Delta_{sX}}{X_{\max}} \cdot 100\%, \quad (5)$$

где Δ_{sX} – абсолютная предельная погрешность измеряемой величины X . Например, амперметр класса точности 0.5 имеет шкалу с пределом 2 А. Любое показание этого прибора согласно формуле (5) содержит одну и ту же *абсолютную* погрешность $\Delta_{sI} = 0.01$ А.

При этом относительная погрешность величины X , выраженная в процентах,

$$\delta_x = \frac{\Delta_{sx}}{X} = \gamma \frac{X_{\max}}{X}. \quad (6)$$

Она тем меньше, чем ближе к пределу шкалы измеряемая величина. А значит, показания в правой части шкалы более точны, чем в ее начале. Это следует иметь в виду, выбирая диапазон прибора при измерениях.

Если класс точности и паспортные данные прибора неизвестны, то *приборную погрешность принимают равной цене деления шкалы.*

4.4. Вычисления и запись результата

При математической и графической обработке результатов измерений могут появиться **погрешности вычислений**. Вероятность их появления уменьшается, если следовать некоторым простым правилам.

1. Перед расчетом исходные числа округляют, оставляя в каждом на одну значащую цифру больше, чем у наименее точного числа, и столько же значащих цифр оставляют в результате. Значащими называют все верные цифры числа, кроме нулей, стоящих впереди цифр, например, записывают $A = 2.3 \cdot 0.35787 \approx 2.3 \cdot 0.358 = 0.823$.

2. При расчетах числа удобно представлять в виде $a \cdot 10^{\pm n}$, где a – число в разряде единиц, n – целое число. Например, вычисляя момент инерции тела по формуле $J = mr^2 \left[\frac{ght^2}{h_0(h_0 + h)} - 1 \right]$, в которой значения величин $m = 1.05$ кг, $r = 11.3$ мм, $g = 9.81$ м/с², $h_0 = 50.0$ мм, $h = 38.0$ мм, $t = 6.42$ с, выкладки записывают следующим образом:

$$J = 1.05 \cdot (1.13 \cdot 10^{-2})^2 \left[\frac{9.81 \cdot 0.38 \cdot 6.42^2}{0.50(0.50 + 0.38)} - 1 \right] = 0.0624 \text{ кгм}^2.$$

3. Погрешность представляют числом, содержащим *не более двух* значащих цифр.

4. Результат записывают в виде доверительного интервала, вынося за скобку множитель $10^{\pm n}$, который показывает порядок измеряемой величины. При этом среднее значение величины округляют так, чтобы последние цифры величины и погрешности были в одном разряде. Так, в предыдущем примере следует записать

$$J = (6.24 \pm 1.2) 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

4.5. Представление результатов измерений в виде таблиц

Результаты измерений представляют в виде таблиц, графиков и уравнений. В каждом эксперименте важно *сразу же записывать* результаты всех измерений аккуратно. В этом помогают *заранее заготовленные таблицы*. Записи в таблице должны быть удобны для чтения и обработки, что достигается выполнением ряда правил.

1. Значения каждой величины записывают в соответствующую графу *одно под другим* так, чтобы одинаковые разряды чисел и запятые располагались на одной вертикали: так легче сопоставить числа. Избегайте исправления цифр: это затрудняет чтение. Лучше зачеркнуть неверные цифры, а правильные написать рядом.

2. В начале каждой графы указывают *наименование, обозначение величины* и через запятую *ее единицу*. Не нужно повторять их в каждой строке: это потеря времени и загромождение записи. Данные прямых измерений и приборные погрешности записывают в единицах шкалы приборов, а результаты расчета приводят обычно в единицах СИ.

3. Для сокращения записи *используйте десятичный множитель* $10^{\pm n}$. Его величину часто берут соответствующей краткой приставке (микро-, мили-, кило- и т.п.), при которой числа в столбце находятся в интервале примерно от 0.1 до 1000. Этот множитель, общий для всех значений в графе, *указывают вместе с единицей* величины в заголовке графы. При этом используют два разных варианта записи множителя.

Первый способ, при котором после символа ставят запятую, а множитель относят к единице величины (10^{-5} Па·с), воспринимается естественно и является *предпочтительным*.

Второй способ нередко встречается в справочных таблицах, и при их чтении нужно обращать внимание, нет ли знака умножения. Так, запись $\eta \cdot 10^5 = 1.72$ Па·с означает, что $\eta = 1.72 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

4. При записи результатов расчета числа округляют исходя из погрешности измерений. Последнюю значащую цифру числа оставляют в том разряде, где находится первая значащая цифра абсолютной погрешности. Незначащие нули записывают с помощью множителя, например, $3100 \text{ мм} = 3.1 \cdot 10^3 \text{ мм}$ или $0.000612 \text{ кг} = 0.612 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 0.612 \text{ г}$.

4.6. Графическое представление результатов

График позволяет наглядно представить результаты опыта, выявить особенности и характер исследуемой зависимости (линейная, квадратичная, экспоненциальная или другая) и определить ее параметры. Все это становится доступным при грамотном применении графического метода, а для этого необходимо следовать определенным правилам построения графиков и умело использовать методы их обработки.

1. *Выбор координатных осей.* График выполняют на листе миллиметровой бумаги. По горизонтальной оси принято откладывать аргумент, т.е. величину, значение которой задает сам экспериментатор, а по вертикальной оси – функцию. В конце каждой оси указывают символ величины, десятичный множитель и единицу величины. При этом множитель $10^{\pm n}$, как и в таблицах, позволяет опустить нули при нанесении делений, например, позволяет писать 1, 2, 3, ... вместо 0,001; 0,002 Н и т.д., указав в конце оси 10^{-3} Н, или мН.

2. *Выбор интервалов.* Интервалы изменения переменных на каждой оси выбирают *независимо* друг от друга так, чтобы график занял *все* поле чертежа. Для этого границы интервалов берут близкими к наименьшему и наибольшему из измеренных значений. Подчеркнем, что интервал на оси совсем не обязательно начинать с нуля. Нулевую точку помещают на график лишь в том случае, если она близка к экспериментально исследованной области или если необходима экстраполяция на нулевое значение.

3. *Выбор масштабов и шкал.* Масштаб должен быть простым и удобным для нанесения точек и чтения графика. Предпочтительнее масштабы, в которых за единицу масштаба принимают

отрезок оси, кратный 10 или 50 мм, что позволяет легко отсчитывать доли отрезка. Такому отрезку соотносят «круглое» число (1, 2, 5) единиц измеряемой величины. Деления шкалы на каждой оси подбирают *независимо*, в соответствии с масштабом, причем надписи делений наносят *вдоль всей оси*. Чтобы шкала легче читалась, достаточно указать на ней от 3 до 5 делений с числами.

4. *Нанесение точек.* Опытные данные наносят на поле графика в виде четких значков, *не подписывая их численные значения* (они даны в таблице). Разные значки (светлые и темные кружки, треугольники и др.) используют для обозначения данных, относящихся к различным условиям опыта.

5. *Проведение экспериментальной кривой.* Кривую проводят *плавной непрерывной* линией. Такой характер типичен для физических зависимостей. Опытную кривую проводят так, чтобы точки располагались равномерно по обе стороны кривой и как можно ближе к ней. Если вид зависимости известен из теории, то проводят эту теоретическую кривую. В случае *линейной* зависимости прямую проводят через среднюю точку (на рис. 1 она в рамке), координаты которой вычисляют по формулам:

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \quad \bar{y} = \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad (7)$$

где N – число опытных точек на графике.

6. *Заголовок графика* – это название изучаемой зависимости, в котором поясняют символы переменных, указанные в конце осей (не принято писать в названии слово «график»). При необходимости в названии поясняют обозначения опытных точек и кривых. Заголовок принято располагать выше графика либо под графиком.

4.7. Определение параметров линейной зависимости

Для определения параметров опытной прямой обычно используют один из двух распространенных методов: 1) приближенный метод, использующий отсчитанные по шкале графика отрезки; 2) статистический метод наименьших квадратов (МНК).

1. Пусть измеренные величины x и y связаны линейной зависимостью вида $y = Kx + b$ и нужно определить ее параметры K и b . Простейший метод состоит в следующем. Опытные точки наносят на график и проводят прямую линию, руководствуясь правилами построения графика (см. п. 5).

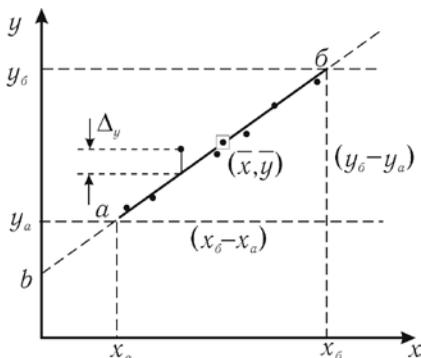


Рисунок. Определение параметров линейной зависимости

и проводят прямую линию, руководствуясь правилами построения графика (см. п. 5). На концах проведенной линии выбирают две произвольные точки a и b , удобные для отсчета интервалов $(x_b - x_a)$ и $(y_b - y_a)$.

Заметим, что *точность расчета величины K тем выше, чем дальше точки a и b друг от друга*. Для снижения погрешности отсчета по графику и для простоты расчета значения K удобно точку a взять на одной из осей, а точку b так, чтобы отрезок $(x_b - x_a)$ выражался целым числом.

Среднее значение углового коэффициента

$$\bar{K} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}. \quad (8)$$

Параметр b линейной зависимости находят по графику как ординату точки пересечения прямой с осью y , если ось x начинается с нуля. Можно найти величину b и по уравнению прямой, подставляя координаты средней точки графика:

$$b = \bar{y} - \bar{K}\bar{x}. \quad (9)$$

2. Помимо величин, определенных формулой (7), введем дополнительно

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2, \langle y^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2, \langle xy \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i. \quad (10)$$

Коэффициенты K и b в уравнении прямой $y = Kx + b$ выражаются следующим образом:

$$K = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, b = \langle y \rangle - K \langle x \rangle. \quad (11)$$

4.8. Оценка случайной погрешности по графику

Случайная погрешность является результатом действия ряда случайных факторов, как зависящих, так и не зависящих от экспериментатора: загрязнение подшипников установки, разное растяжение нити на различных участках и в разных опытах, умение включить секундомер одновременно с началом движения и выключить его в нужный момент, умение устанавливать одинаковые начальные условия опыта (наматывая нить на шкив в один слой) и т.п. Действие этих факторов проявляется в том, что экспериментальные точки на графике имеют определенный «разброс», причем, тем больший, чем больше случайная погрешность опыта. Эта погрешность практически всегда значительно больше систематической. Поэтому *относительная погрешность* δ_K углового коэффициента K , найденного по графику, дает *относительную погрешность измеряемой величины*, рассчитываемой по значению K .

Простейшая оценка погрешностей выполняется следующим образом.

1. По графику (см. рис. 1) определяют величины:

Δ_y – отклонение наиболее удаленной от прямой точки,

$(y_N - y_1)$ – интервал, на котором сделаны измерения (длина оси y).

2. Абсолютная случайная погрешность параметра b (в единицах измерения величины y):

$$\Delta_b = \Delta_y. \quad (12)$$

3. Для углового коэффициента прямой K сначала вычисляют относительную погрешность:

$$\delta_K = \frac{\Delta_y}{(y_N - y_1)} \cdot 100\%. \quad (13)$$

Эта формула удобна тем, что в ней используется отношение величин одной размерности. Поэтому их можно измерить в любых единицах (проще всего в миллиметрах по оси y). Напомним, что в погрешности имеет значение обычно одна цифра, а потому достаточная точность измерения отрезка $(y_N - y_1)$ – «круглое число», например, 100 или 120 мм.

4.9. Статистическая обработка прямых измерений

При проведении серии измерений результаты отдельных измерений x_i расположатся вблизи неизвестного истинного значения x так, что их отклонения в сторону больших или меньших значений будут равновероятны. При этом наилучшим приближением к истинному значению является среднее арифметическое \bar{x} из N изме-

рений: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ (формула (7)).

Результат измерения принято указывать в виде *доверительного* интервала значений измеряемой величины, в пределах которого с определенной вероятностью находится истинное значение x . Для доверительного интервала обязательно указывают количественную характеристику его достоверности – *доверительную вероятность* P . Под вероятностью обычно понимают отношение количества опытов, дающих указанный в интервале результат, к общему числу проведенных опытов либо вероятность того, что истинное значение измеряемой величины находится внутри доверительного интервала, вблизи полученного среднего значения.

Распространенный способ записи результата измерений с помощью доверительного интервала

$$x = \bar{x} \pm \sigma, \quad (14)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение (СКО).

Случайная составляющая величины СКО рассчитывается по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}. \quad (15)$$

Этой случайной погрешности при большом числе измерений N соответствует доверительный интервал с вероятностью $P = 0,68$.

Из формулы (15) видно, что рост числа измерений N ведет к снижению погрешности результата σ . Однако увеличивать число измерений для повышения точности результата имеет смысл до тех пор, пока случайная погрешность, связанная с разбросом опытных данных, велика по сравнению с систематической (приборной) составляющей СКО, которая равна цене деления прибора.

Если преобладает приборная погрешность, то повторные измерения дадут один и тот же результат. В этом случае делают 2–3 измерения, чтобы убедиться в отсутствии промаха и малости случайной погрешности, и указывают только систематическую составляющую СКО.

О причинах появления случайной погрешности и ее природе говорилось ранее. К этому необходимо добавить следующее. Начиная экспериментатор обычно списывает с индикатора цифрового прибора результат измерения, указывая в нем 4–5 значащих цифр. Однако, несмотря на применение точных приборов, например, электронного секундомера, который в сочетании с фотоэлементами позволяет с высокой точностью фиксировать моменты начала и окончания движения, измерение времени содержит значительную случайную погрешность. Причина в том, что время движения тела случайным образом зависит от целого ряда факторов: как точно установлена начальная высота; каковы силы трения и сопротивления воздуха; как, скажем, сбалансирован блок и какое положение он занимает в начале опыта, когда разбаланс либо помогает, либо тормозит движение; поступательно или с колебаниями движется груз и т.д. При этом следует иметь в виду, что влияние вышеперечисленных факторов будет тем заметнее, чем меньше масса добавочного груза или чем меньше действующие в системе силы.

Другой пример. Измеряется диаметр вала штангенциркулем с приборной погрешностью $\Delta_s = 0,05$ мм, но это не значит, что точность результата будет так высока по той простой причине, что диаметр вала может оказаться неодинаков в различных точках, если форма вала не является строго цилиндрической.

Контрольные вопросы

1. Какие измерения называют прямыми и какие – косвенными?
2. Что представляют собой абсолютная и относительная погрешности?
3. Какая погрешность показывает точность измерений?
4. Чем обусловлено появление систематических погрешностей?
5. Какие погрешности называют случайными? Укажите их источники.
6. Что такое промах? Как можно его обнаружить?
7. Для чего измерение проводят несколько раз?
8. Что означает класс точности прибора?
9. Как определяют систематическую погрешность в прямых измерениях?
10. Почему стараются вести измерения в правой части шкалы прибора?
11. Сколько значащих цифр указывают в погрешности и в результате?
12. Запишите результат измерений в виде доверительного интервала.
13. Для чего в заголовок графы таблицы выносят общий множитель и единицу величины?
14. Какой интервал называют доверительным?
15. Что такое доверительная вероятность измерений?
16. По какой формуле рассчитывают среднее квадратическое отклонение случайной величины?
17. В каких случаях рост числа измерений не приводит к увеличению точности? Чем обусловлена погрешность в этих случаях?

Лабораторная работа № 1. Упругие соударения шаров и закон сохранения энергии

Цель работы: проверка закона сохранения энергии с использованием закона сохранения импульса на примере задачи о соударении шаров.

Оборудование:

- штатив
- перекладина для подвешивания шаров
- пластина для установки датчиков
- шары из стали – 3 шт.
- оптодатчики – 2 шт.
- электромагнит
- измерительный блок L-микро
- блок питания
- штангенциркуль

Совместное применение законов сохранения энергии и импульса для прямого и центрального упругого удара двух шаров позволяет получить следующие соотношения для скоростей движения первого V_1 и второго V_2 шаров после соударения:

$$V_1 = \frac{2m_2V_{02} + (m_1 - m_2)V_{01}}{m_1 + m_2}, \quad (1.1)$$

$$V_2 = \frac{2m_1V_{01} - (m_1 - m_2)V_{02}}{m_1 + m_2}, \quad (1.2)$$

где m_1, m_2 – массы первого и второго шаров; V_{01}, V_{02} – скорости первого и второго шаров до соударения.

В эксперименте, выполняемом в данной лабораторной работе, один из шаров первоначально покоится ($V_{02} = 0$), поэтому формулы (1.1) и (1.2) упрощаются:

$$V_1 = \frac{(m_1 - m_2)V_{01}}{m_1 + m_2}, \quad (1.3)$$

$$V_2 = \frac{2m_1V_{01}}{m_1 + m_2}. \quad (1.4)$$

Если массы шаров одинаковы ($m_1 = m_2$), то соотношения (1.3) и (1.4) принимают вид:

$$V_1 = 0, \quad (1.5)$$

$$V_1 = V_2, \quad (1.6)$$

т.е. в результате столкновения налетающий шар останавливается, а второй шар начинает движение со скоростью, равной скорости первого шара до удара.

Очевидно, что кинетическая энергия системы T до столкновения равна (второй шар в экспериментах первоначально покоится):

$$T = \frac{m_1 \cdot V_{01}^2}{2}, \quad (1.7)$$

а кинетическая энергия системы после взаимодействия T' вычисляется по формуле:

$$T' = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot V_2^2}{2}. \quad (1.8)$$

Экспериментальная часть данной лабораторной работы состоит в проверке на простой лабораторной установке законов сохранения импульса и энергии. Проверка заключается в проведении измерений, результаты которых обрабатываются и сравниваются количественно с выводами, следующими из законов сохранения энергии и импульса.

Схема лабораторной установки показана на фотографии (рис. 1.1). На вертикальной стойке штатива установлен электромагнит и верхняя перекладина. Для удобства подвешивания шаров верхняя перекладина штатива имеет три проточки, расстояние между которыми соответствует суммам радиусов шаров, применяемых в опыте. Специальная крестовина позволяет закрепить верхнюю перекладину в одной плоскости с вертикальной стойкой штатива. На стол укладывается металлическая пластина. На металлической пластине размещаются два оптоэлектрических датчика для регистрации скорости движения шаров до и после удара.

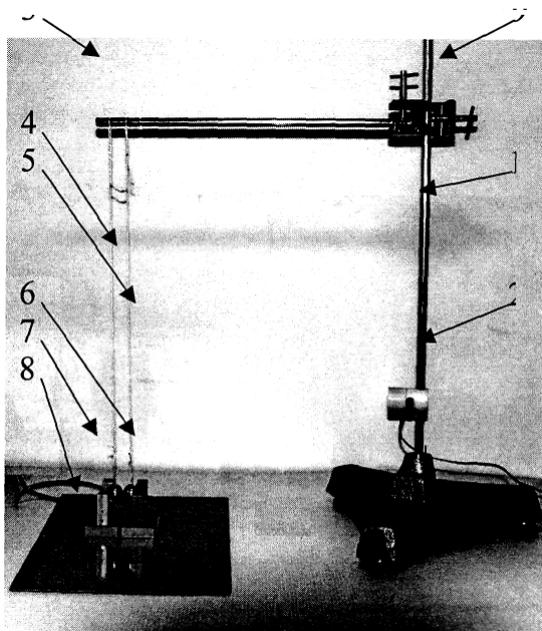


Рис. 1.1. Вид экспериментальной установки

На конце верхней перекладины подвешиваются два шара. В исходном положении один из шаров удерживается электромагнитом. При отключении питания электромагнита шар отпускается и движется по дуге окружности до столкновения со вторым шаром. При этом шар 1 приобретает скорость V_{01} , которая измеряется с помощью первого оптоэлектрического датчика.

Измерение скорости шаров в данной работе осуществляется следующим образом. Оптоэлектрический датчик состоит из пары – светодиода и фотодиода. Луч от светодиода попадает на фотодиод. При движении шара мимо датчика луч на некоторое время перекрывается. Интервал времени Δt , в течении которого луч был закрыт движущимся шаром, измеряется при помощи компьютерной измерительной системы. Для расчета скорости шара V достаточно разделить его диаметр D на Δt (при условии, что луч светодиода при движении проходит через центр шара, за этим нужно следить отдельно):

$$V = \frac{D}{\Delta t}.$$

Следует отметить, что скорость V_{01} шара 1 в нижнем положении направлена по горизонтали, а скорость шара 2 до столкновения равна нулю: $V_{02} = 0$. Нити, на которых подвешены шары, имеют такую длину, что центры шаров находятся на горизонтальной прямой, поэтому удар шара 1 по шару 2 можно считать упругим и центральным.

Скорость V_2 шара 2 измеряется непосредственно после удара при помощи второго датчика. При выполнении работы вам необходимо сначала изучить столкновение стальных шаров одинаковой массы, а затем стальных шаров разной массы (масса налетающего шара больше массы первоначально покоящегося шара). В последнем случае второй датчик будет последовательно регистрировать сначала пролет малого шара, а затем большого. Измерения нужно проводить не менее пяти раз с каждой парой шаров и результаты вносить в табл. 1.1 и 1.2. При этом все величины, кроме времени, имеет смысл вычислять только для нижней строки «Среднее значение». После проведения измерений вычисляется средняя кинетическая энергия системы до и непосредственно после удара. Затем необходимо сравнить полученные результаты с вычисленными по формулам (1.5), (1.6) или (1.3), (1.4).

Таблица 1.1. Столкновение двух шаров одинаковой массы

№ измерения	Δt_1 , с	Δt_2 , с	V_{01} , м/с	V_2 , М/с	T , Дж	T' , Дж	ΔT , Дж
1							
2							
3							
4							
5							
Среднее значение							

Таблица 1.2. Столкновение двух шаров разной массы

№ измерения	Δt_1 , с	Δt_2 , с	Δt_3 , с	V_{01} , м/с	V_2 , м/с	V_1 , м/с	T , Дж	T' , Дж	ΔT , Дж
1									
2									
3									
4									
5									
Среднее зна-									

Обозначения, принятые в таблицах:

Δt_1 , Δt_2 , Δt_3 – интервалы времени, регистрируемые компьютерной измерительной системой;

$V_{01} = D_1/\Delta t_1$ – скорость налетающего шара до столкновения (D_1 – диаметр налетающего шара);

$V_2 = D_2/\Delta t_2$ – скорость первоначально покоящегося шара после столкновения (D_2 – диаметр этого шара);

$V_1 = D_1/\Delta t_3$ – скорость налетающего шара после столкновения (в опыте с разными шарами);

T – кинетическая энергия системы до столкновения;

T' – кинетическая энергия системы после столкновения;

$\Delta T = T - T'$ – изменение кинетической энергии в результате взаимодействия шаров.

В распоряжении экспериментатора имеются следующие стальные шары на подвесах:

- 2 одинаковых шара: $D_{\text{одн.}} = 15.1$ мм, $m_{\text{одн.}} = 14.3$ г;
- больший шар: $D_{\text{б.}} = 12.7$ мм, $m_{\text{б.}} = 8.65$ г;
- меньший шар: $D_{\text{м.}} = 10.0$ мм, $m_{\text{м.}} = 4.25$ г.

Порядок выполнения работы

1. Соберите лабораторную установку как показано на рис. 1.1. На вертикальную стойку штатива установите электромагнит и муфту с верхней переключателем так, чтобы верхняя переключатель была перпендикулярна стержню и находилась с ней в одной плоскости. На верхнюю переключатель подвесьте два больших шара. Длина подвеса шаров должна быть ~45 см. Следите, чтобы использовались те проточки на верхней переключатель, которые одновременно обеспечивают соприкосновение шаров друг с другом в со-

стоянии покоя и параллельность нитей подвеса. Выверните длину нитей и добейтесь того, чтобы центры шаров были на одной высоте. Шары должны висеть так, чтобы при отклонении одного из них другой оставался неподвижен.

Установите один из датчиков в непосредственной близости от шаров и, перемещая муфту с верхней перекладиной вверх-вниз, обеспечьте совпадение высоты оптической оси датчика (высоты расположения свето- и фотодиодов) с высотой, на которой находятся центры шаров. После этого отрегулируйте положение электромагнита. Электромагнит должен удерживать один из шаров, и нить этого шара при этом должна быть натянутой.

2. Датчики включите в первый и второй каналы блока (рис. 1.2). К третьему каналу подключите девятиштырьковый разъем кабеля, идущего от электромагнита. Два однополюсных разъема этого кабеля соедините с выводами блока питания (до 12 В).

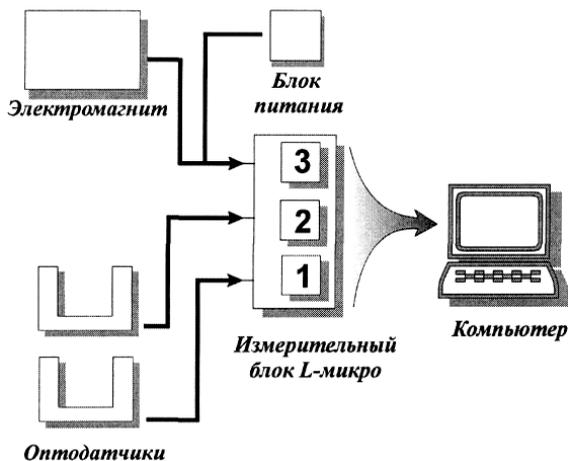


Рис. 1.2. Схема подключения установки

3. Запустите программу «L-физика-практикум», выберите пункт меню «Выбор работы» и в появившемся на экране списке выберите лабораторную работу «Соударение шаров».

4. Перед проведением измерений необходимо правильно выбрать положение оптодатчиков. Шары при этом должны неподвижно висеть на нитях. Один из датчиков (он будет регистрировать скорость налетающего шара до удара) устанавливается таким

образом, чтобы, с одной стороны, осуществлять измерения как можно ближе к точке соударения, а с другой стороны, чтобы шар полностью пролетел мимо него до удара.

Выберите в программе пункт меню «Настройка». В возникшем окне вы увидите изображение оптоэлектрического датчика. Картинка изменяется, если оптоэлектрический датчик перекрыт.

Установите первый оптодатчик между электромагнитом и ближайшим к нему шаром вплотную к кромке шара. При этом луч света не должен быть перекрыт, что означает, что шар пролетит мимо датчика до начала взаимодействия с другим шаром. Аналогичным образом поставьте второй датчик в непосредственной близости от второго шара. Этот шар должен перекрыть луч света сразу, как только начнет движение. При установке датчиков можно использовать светодиод, смонтированный на внешней стороне корпуса для определения того, в каком окне монитора будет отображаться показание каждого датчика (красное свечение соответствует перекрытому состоянию датчика). Важно подвесить шарики так, чтобы при прохождении шарика мимо датчика луч излучателя датчика проходил строго по диаметру шариков.

5. Нажмите на экранную кнопку «Проведение измерений». Это приведет к тому, что на электромагнит будет подано напряжение, а окно настройки изменится на окно измерений. Подведите к электромагниту шар и после того, как он прилипнет, успокойте колебания второго шара.

6. При нажатии кнопки «Пуск» в нижней части экрана питание электромагнита отключится, и шар начнет двигаться. Обратите внимание на движение налетающего шара после удара. На экране компьютера возникнет три интервала времени. Первый из них соответствует движению налетающего шара мимо первого датчика, второй отражает время пролета первоначально покоившегося шара мимо второго датчика. Третий интервал времени – это возврат шара к положению равновесия. Он не используется при обработке результатов данного опыта. Повторите опыт пять раз, записывая результаты в табл. 1.1.

7. Замените шар, который до удара покоится, шаром меньшей массы, отрегулируйте длину его нити в соответствии с п. 1 и, настроив положения оптодатчиков (см. п. 4, 5, 6), осуществите еще пять запусков установки. Результаты опытов данной серии внесите

в табл. 1.2. Обратите внимание, что в этих опытах налетающий шар после столкновения продолжает движение, и третий интервал времени на экране компьютера соответствует времени его пролета мимо датчика. Для перехода из окна измерений в окно настройки служит кнопка « \perp » в правом верхнем углу экрана.

8. Измерьте диаметры шаров с помощью штангенциркуля и определите скорости движения шаров до и после столкновения. Сопоставьте скорости, полученные в эксперименте, со значениями, рассчитанными на основе формул (1.5), (1.6) – одинаковые шары и (1.3), (1.4) – разные шары. Массы шаров вычисляются исходя из их плотности ($\rho_{\text{стали}} = 7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) и диаметра D :

$$M = (1/6)\pi D^3 \rho .$$

На основе полученных данных рассчитайте кинетическую энергию системы до и после столкновения и сравните полученные значения. Уменьшение кинетической энергии системы после соударения (если оно имеет место) означает, что в действительности удар не был абсолютно упругим и часть механической энергии перешла в тепловую.

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микро можно только после его подключения к разъему порта компьютера.

Удары шаров по корпусам оптоэлектрических датчиков недопустимы, поэтому движение шаров следует останавливать сразу после регистрации необходимых интервалов времени.

Контрольные вопросы

1. Что такое энергия? Что такое импульс?
2. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?
3. Чем отличается абсолютно упругий удар от абсолютно неупругого?
4. Как определить скорости тел после центрального абсолютно упругого удара?
5. Следствием каких законов являются выражения (1.1) и (1.2)?

Лабораторная работа № 2. Движение по наклонной плоскости

Цель: определить момент инерции тела относительно мгновенной оси вращения расчетным и экспериментальным методом.

Оборудование: установка, набор тел, секундомер.

2.1. Теоретические сведения

Работа, которую совершает постоянный момент силы M при повороте тела на угол φ (в радианах),

$$A = M\varphi. \quad (2.1)$$

Работа сил трения или сопротивления равна изменению механической энергии системы:

$$A = W_1 - W_2. \quad (2.2)$$

Кинетическая энергия тела массой m , которое движется поступательно со скоростью v и одновременно вращается с угловой скоростью ω относительно центра масс,

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2}. \quad (2.3)$$

Эта энергия равна кинетической энергии вращательного движения относительно мгновенной оси вращения (МОВ):

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (2.4)$$

В этих формулах J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно МОВ.

Если эти оси параллельны друг другу, то, согласно теореме Штейнера,

$$J = J_c + ma^2, \quad (2.5)$$

где m – масса тел; a – расстояние между осями.

Формулы для расчета моментов инерции некоторых тел относительно их оси симметрии приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№ п.п.	Элемент тела вращения	Масса m , кг	Диаметр d , мм, и a , мм	Момент инерции I , кг·м ²	
				формула	значение
1	Диск			$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2$	
2	Валшків			$J_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2$	
3	Ось			$J_3 = \frac{1}{2} m_3 r_3^2$	
4а	Кольцо			$J_4 = \frac{1}{2} m_4 (r^2 + R^2)$	
б	Цилиндр			$J_4 = \frac{1}{2} m_4 r^2$	
в	Шар			$J_4 = \frac{2}{5} m_4 r^2$	
г	Стержень			$J_4 = \frac{1}{12} m_4 l^2$	
д	Пластина		$(b \times d)$	$J_4 = \frac{1}{12} m_4 (b^2 + d^2)$	
	Тело	$m = \sum m_i =$	$a =$	$J_c = J_1 + J_2 + J_3 \pm nJ_4$	
				$J_z = J_c + ma^2$	

Примечания:

а) значения J_i и J_c даны относительно оси, проходящей через центр масс;

б) для стержня длиной l и пластины размером $b \times d$ значения J даны относительно оси, перпендикулярной их плоскости;

в) в формуле для J_c : n – число одинаковых элементов; знак «минус» для случая, если отверстия в диске имеют форму четвертого элемента.

2.2. Методика расчета момента инерции тел сложной формы

Цель: приобрести навык расчета момента инерции тел, состоящих из простых элементов.

1. Исследуйте форму тела. Приняв во внимание, что момент инерции любого тела равен сумме моментов инерции отдельных его элементов, мысленно разделите исследуемое тело на простые элементы, для которых формулы расчета величины J_i даны в табл. 2.1.

2. Сделайте эскиз исследуемого тела, а если необходимо, то и его элементов, обозначая символами все размеры, подлежащие измерению. Например, тело (рис. 2.1а) состоит из насаженных на вал 1 шкива 2 и маховика 3 с двумя отверстиями 4. Это тело можно представить (рис. 2.1б) как совокупность трех сплошных цилиндров 1, 2 и 3 за вычетом двух малых дисков 4, расположенных на месте отверстий маховика.

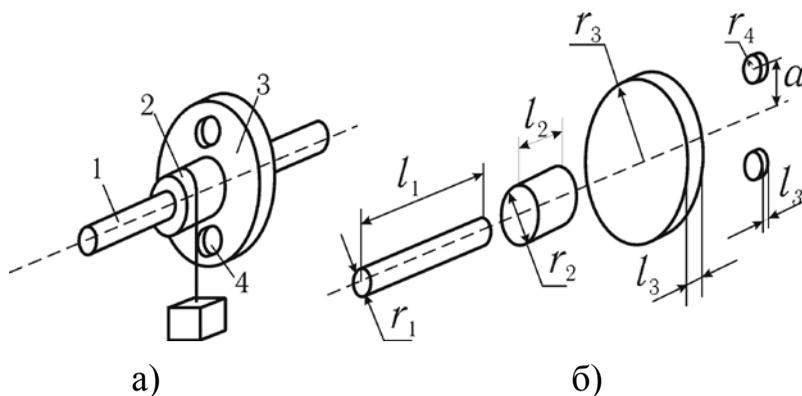


Рис. 2.1. Разбиение тела сложной формы на более элементарные

Для расчета момента инерции такого тела

$$J = J_1 + J_2 + J_3 - 2J_4 \quad (2.6)$$

необходимо знать массы указанных элементов, их радиусы, а также расстояние a от центра отверстий до оси вращения. В случае если массы m_i неизвестны, то для их определения через плотность и объем деталей нужно измерить их длины l_1 , l_2 и l_3 .

3. Получите формулу вида (2.6) для расчета момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс системы.

4. Запишите в табл. 2.1 массы m_i отдельных частей тела, а если они неизвестны, то плотность вещества ρ .

5. Измерьте линейкой или штангенциркулем (в отчете объясните выбор инструмента) величины, необходимые для расчета момента инерции каждого элемента тела. Результаты измерений записывайте в табл. 2.1.

6. Вычислите моменты инерции отдельных элементов, а затем момент инерции тела J_c относительно оси, проходящей через центр масс.

7. Рассчитайте, если это необходимо в данной работе, момент инерции тела относительно МОВ, используя теорему Штейнера (2.5).

8. Оцените систематическую (приборную) погрешность прямых измерений, сделанных для расчета величины J . Результаты внесите в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Измеряемый параметр	Величина	Систематическая погрешность Δ_s	Относительная погрешность δ
d_i			$(\delta = \Delta_s / d_i)$

9. В выводе оцените соотношение величин J_i частей тела. Какие из них пренебрежимо малы и по какой причине? По данным табл. 2.2 сделайте вывод о том, какие измерения проведены с достаточной точностью, а какие – нет; связано ли последнее с используемым инструментом?

2.3. Описание установки

В работе используются тела, осью которых является цилиндрический стержень радиусом r . Одно из тел 1 (рис. 2.2) помещают на параллельные направляющие 2 , образующие с горизонтом углы α_1 и α_2 .

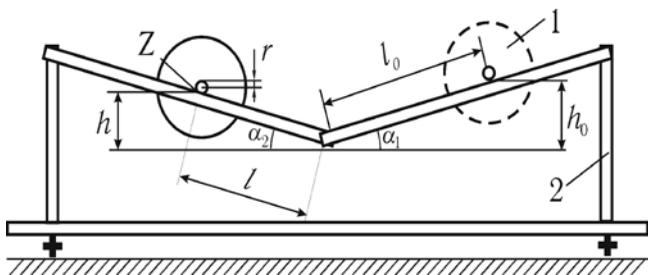


Рис. 2.2. Схема установки

Если тело отпустить, то оно, скатываясь, достигнет нижней точки и, двигаясь далее по инерции, поднимется вверх по направляющим. Движение тела, при котором траектории всех точек лежат в параллельных плоскостях, называется плоским. Плоское движение можно представить двумя способами: либо как совокупность поступательного движения тела со скоростью центра масс и вращательного вокруг оси, проходящей через центр масс, либо как только вращательное движение вокруг мгновенной оси вращения (МОВ), положение которой непрерывно изменяется. В нашем случае эта мгновенная ось Z проходит через точки касания направляющих с движущимся стержнем.

2.4. Описание метода измерений

При скатывании тело, опускаясь с высоты $h_0 = l_0 \sin \alpha_1 \cong l_0 \alpha_1$, проходит путь l_0 , а поднимаясь по инерции на высоту $h \cong l \alpha_2$, проходит путь l . В нижней точке скорость поступательного движения центра масс $v = 2l_0 / t$, а угловая скорость тела

$$\omega = v / r = 2l_0 / (r \cdot t), \quad (2.7)$$

где t – время движения от верхней точки до нижней; r – радиус стержня (оси).

На скатывающееся тело действует момент сил сопротивления $M_{\text{тр}}$. Работа его на пути l_0 равна $A = M_{\text{тр}} \varphi$, где угловой путь $\varphi_0 = l_0 / r$.

Закон сохранения энергии на отрезке пути l_0 имеет вид

$$mgh_0 = \frac{J\omega^2}{2} + M_{\text{тр}} \varphi, \quad (2.8)$$

где J – момент инерции скатывающегося тела относительно МОВ; m – масса тела, включающая в себя массу стержня.

При движении тела вниз с высоты h_0 и вкатывании его на высоту h работа сил сопротивления на пути $(l + l_0)$ равна убыли потенциальной энергии (см. (2.2)):

$$M_{\text{тр}} \frac{l_0 + l}{r} = mgh_0 - mgh. \quad (2.9)$$

Решая совместно (2.7) – (2.9), получаем формулу для определения момента инерции динамическим методом:

$$J = \frac{mglr^2(\alpha_1 + \alpha_2)t^2}{2l_0(l_0 + l)}. \quad (2.10)$$

Здесь величина $(\alpha_1 + \alpha_2)$ является константой для данной установки.

Момент инерции тела относительно МОВ определяется теоремой Штейнера:

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 – момент инерции, относительно центра масс;

a – расстояние от центра масс тела до оси вращения (в этом опыте $a = r$).

2.5. Выполнение работы

З а д а н и е 1. Аналитический расчет момента инерции тела.

Для расчета момента инерции маховика J необходимо измерить массу тела (написана на телах) или объем (массу рассчитать, используя плотность) и радиусы цилиндрических тел. Методика расчета величины J дана выше. В соответствии с ней результаты всех измерений и вычислений вносите в табл. 2.3.

З а д а н и е 2. Определение момента инерции тела динамическим методом.

1. Определите массу m тела, запишите ее значение, а также постоянную установки $(\alpha_1 + \alpha_2)$ в табл. 2.4.

Таблица 2.3

№ п.п.	Элемент тела вращения	Масса m , кг	Диаметр d , мм, и a , мм	Момент инерции J , кг·м ²	
				формула	значение
1	Диск			$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2$	

Таблица 2.4

№ п.п.	d , мм	t , с	l , м	$\alpha_1 + \alpha_2 =$	рад
1				$m =$	кг
...				$l_0 =$	м
5				$r = \frac{\bar{d}}{2} =$	м
Среднее значение				$J =$	кг·м ²

2. Проверьте правильность положения установки. При скатывании тело не должно смещаться к одной из направляющих. Для регулировки используйте винты основания. Измерьте штангенциркулем диаметр d стержня в различных местах, определите его среднее значение и средний радиус r .

3. Установите тело на направляющие на расстоянии l_0 от нижней точки, его положение фиксируется магнитом по нажатию кнопки «Сброс» секундомера.

4. Нажмите кнопку секундомера «Пуск». При этом электромагнит отключится и тело начнет двигаться. Когда тело достигнет нижней точки, секундомер автоматически выключится. Запишите время движения тела до нижней точки в табл. 2.4.

5. Наблюдая далее за движением тела по инерции, отметьте расстояние l , на которое оно поднимется до остановки.

6. Опыт повторите еще четыре раза при том же расстоянии l_0 , записывая результаты в табл. 2.4.

7. Найдите средние значения величин r , t , l и по формуле (2.10) рассчитайте момент инерции тела J относительно МОВ.

Задание 3. Изучение зависимости момента инерции от распределения массы относительно оси вращения.

В этом задании используется тело в виде крестовины, по которой могут перемещаться грузы (цилиндры). Все результаты измерений заносятся в табл. 2.5.

1. Определите массу m тела и радиус r оси тела и запишите постоянную установки ($\alpha_1 + \alpha_2$).

2. Установите подвижные цилиндры на равном расстоянии b от оси вращения и измерьте это расстояние.

Примечание. Поскольку точная настройка расстояния грузов относительно оси вращения крестовины сложна, выберите такое положение объекта на наклонной плоскости, которое обеспечивает наибольшую скорость скатывания крестовины.

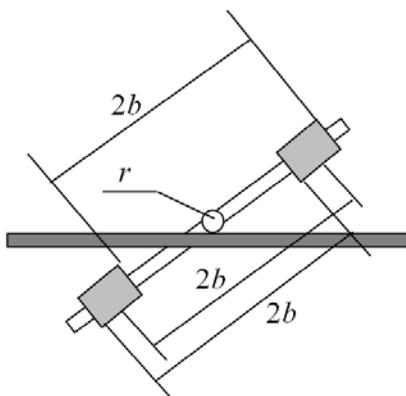


Рис. 2.3. Схема тела сложной формы

Примечания.

1. Когда грузы находятся на одинаковом расстоянии от оси вращения, тело должно находиться в безразличном положении равновесия на горизонтальных направляющих.

2. Так как цилиндры имеют одинаковый размер, расстояние между центрами грузов равно расстоянию между их торцами, которое можно измерить значительно точнее (рис. 2.3).

Таблица 2.5

№ п.п.	b	t	b^2	J	
1					$\alpha_1 + \alpha_2 =$ рад
2					$m =$ кг
3					$l_0 =$ м
4					$r = \frac{\bar{d}}{2} =$ м
5					

3. Установите тело на направляющие на расстоянии l_0 от нижней точки, его положение фиксируется магнитом нажатием кнопки «Сброс» секундомера.

4. Нажмите кнопку секундомера «Пуск». При этом электромагнит отключится и тело начинает двигаться. Когда тело достигнет нижней точки, секундомер автоматически выключится. Запишите время движения тела до нижней точки в табл. 2.5.

5. Отметьте расстояние l , на которое продвинется тело, поднимаясь по инерции.

6. Повторите измерения п. 3–5 при других расстояниях b цилиндров, относительно оси вращения.

7. Рассчитайте b^2 и момент инерции тела J для каждого опыта.

8. Постройте график зависимости (см. рекомендации по построению и обработке графиков) $J = f(b^2)$ и по графику определите момент инерции крестовины $J_{кр}$ и массу m подвижных грузов.

9. Сделайте выводы.

З а д а н и е 4. Оценка погрешности измерений.

В качестве **систематической погрешности** в данных опытах следует взять приборную погрешность, равную цене деления измерительного прибора.

Случайная погрешность определяется по разбросу выборки:

$$\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2},$$

где x_{\max} и x_{\min} – максимальное и минимальное значение измеряемой величины в серии из N повторных измерений. Этой границе доверительного интервала соответствует доверительная вероятность

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1}.$$

1. В табл. 2.6 занесите средние значения прямых измерений, выполненных в одном из упражнений, и значения погрешностей этих величин – систематической и случайной.

Таблица 2.6

Величина		Погрешность			
		абсолютная		наибольшая	
название	значение	название	значение	название	значение
$\alpha_1 + \alpha_2$	рад		—		
M	кг		—		
l_o	м		—		
l	м				
r	м				
t	с				

2. Для каждой величины выберите наибольшую из погрешностей и рассчитайте наибольшую относительную погрешность δ измерения каждой величины. В окончательном выводе следует отметить, для каких величин желательно увеличить (и как?) точность измерений, а для каких ее можно и уменьшить без ущерба для конечного результата.

Контрольные вопросы

1. Чему равна работа постоянного момента силы?
2. От каких величин зависит кинетическая энергия тела при поступательном и вращательном движениях?
3. Что характеризует момент инерции материальной точки, тела?
4. Чему равен момент инерции материальной точки?
5. Чему равен момент инерции твердого тела относительно оси?
6. В каких единицах измеряют момент инерции?
7. От каких величин зависит момент инерции тела?
8. Сформулируйте теорему Штейнера.

9. Чему равен момент инерции системы тел относительно какой-то оси?

10. Как рассчитывают момент инерции твердого тела сложной формы?

11. Укажите величины кинетической и потенциальной энергии при скатывании тела: в начале и в конце движения, в нижней точке и в произвольной точке.

12. Опишите характер движения тела по направляющим. Какая сила создает момент относительно оси вращения?

13. Как измеряют угловую скорость ω в данной работе?

14. Какие величины измеряют для определения скорости ω , момента сил трения, работы сил трения?

15. Какие уравнения лежат в основе динамических методов определения момента инерции?

16. Что составляет основу методики расчетного метода определения величины J ?

17. Укажите возможные источники случайных и систематических погрешностей при измерениях.

Лабораторная работа № 3. Математический и физический обратный маятники. Измерение ускорения свободного падения с их помощью

Цель работы: измерение ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников.

Оборудование:

- | | |
|--|----------------------------------|
| • штатив | • пластина для установки датчика |
| • перекладина со скобой | • обратный маятник |
| • перекладина для подвешивания шара | • оптоэлектрический датчик |
| • математический маятник – шарик Ø 18 мм на нити | • измерительный блок L-микро |
| | • линейка |

Периоды колебаний математического и физического маятников зависят от ускорения свободного падения g . Период колебаний T математического маятника равен:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (3.1)$$

где l – длина нити математического маятника, точнее, расстояние от точки подвеса до центра шарика. В случае физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (3.2)$$

где m – масса физического маятника; l – расстояние от оси вращения до его центра масс; J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения.

Таким образом, для определения g с помощью математического маятника достаточно измерить его период колебаний T и длину l , после чего рассчитать ускорение свободного падения g по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \quad (3.3)$$

которая следует из (3.1).

Проводить измерения g с помощью произвольного физического маятника, опираясь на формулу (3.2), достаточно затруднительно, т.к. при этом необходимо знать точное значение его момента инерции, положение центра масс и массу. Однако существует прибор, называемый оборотным маятником, при использовании которого задача определения ускорения свободного падения сводится к измерению периода колебаний и некоторого расстояния между элементами конструкции оборотного маятника.

Оборотный маятник является физическим маятником, который устроен следующим образом (рис. 3.1). На стержне l закрепляются два груза $2, 3$. Стержень имеет две оси вращения $4, 5$, расположенные по разные стороны от центра масс системы. Оси вращения для уменьшения трения выполняют в виде треугольных призм из твердого материала, которые следует устанавливать на специальную опору.

Оборотный маятник регулируется таким образом, чтобы период его колебаний при установке на одной призме равнялся периоду колебаний его на другой призме. Регулировка производится путем изменения взаимного расположения грузов и призм на стержне.

Выведем формулу периода колебаний оборотного маятника. Согласно теореме Штейнера, момент инерции J маятника относительно произвольной оси вращения равен:

$$J = J_c + ml^2, \quad (3.4)$$

где J_c – момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс; m – масса маятника, а l – расстояние от оси вращения до центра масс. После подстановки (3.4) в (3.2) формула для периода колебаний физического маятника примет вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + ml^2}{mgl}}. \quad (3.5)$$

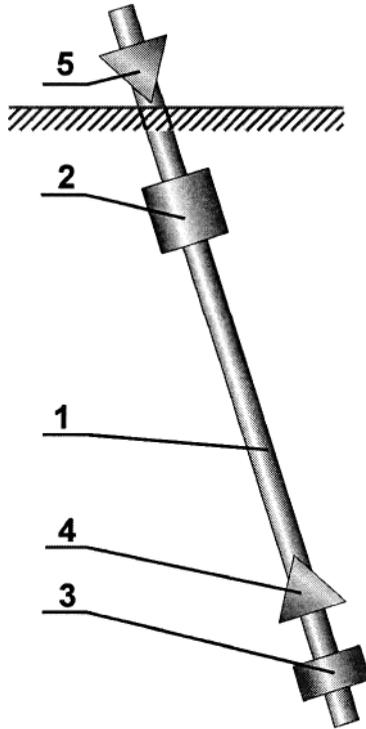


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки

Поскольку оборотный маятник имеет равные периоды колебаний на обеих призмах (осях), на основании (3.5) можно записать:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + ml_1^2}{mgl_1}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + ml_2^2}{mgl_2}}. \quad (3.6)$$

Здесь l_1 и l_2 – расстояния от центра масс маятника до ребра первой и второй призмы соответственно.

Возведем формулы (3.6) в квадрат и умножим на знаменатели правых частей:

$$T^2 mgl_1 = 4\pi^2 (J_c + ml_1^2),$$

$$T^2 mgl_2 = 4\pi^2 (J_c + ml_2^2).$$

Вычтем из первого равенства второе и сократим на m :

$$T^2 mgl_1 - T^2 mgl_2 = 4\pi^2 ml_1^2 - 4\pi^2 ml_2^2.$$

Применим формулу разности квадратов в правой части:

$$T^2 g(l_1 - l_2) = 4\pi^2 (l_1 - l_2)(l_1 + l_2). \quad (3.7)$$

Если в (3.7) $l_1 - l_2 \neq 0$, что означает несимметричность расположения призм относительно центра масс маятника, то, сокращая на $(l_1 - l_2)$, получаем:

$$T^2 g = 4\pi^2 (l_1 + l_2). \quad (3.8)$$

Поскольку призмы расположены по разные стороны от центра масс, то $l_1 + l_2 = l_0$, где l_0 – расстояние между соответствующими ребрами призм (осями колебаний). На основании (3.8) легко записываются выражение для периода колебаний оборотного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \quad (3.9)$$

и формула для определения g :

$$g = \frac{4\pi^2 l_0}{T^2}. \quad (3.10)$$

Еще раз подчеркнем, что в случае $l_1 = l_2$ (симметричное расположение осей колебаний относительно центра масс маятника) формулы (3.9) и (3.10) не являются справедливыми. Величина периода колебаний в этом случае зависит не только от l_0 и g , но и от момента инерции маятника.

В данной лабораторной работе с помощью оптоэлектрического датчика измеряется промежуток времени между двумя ближайшими прохождениями груза маятника через положение равновесия, т.е. непосредственно измеряется половина периода колебаний.

Порядок выполнения работы

1. Подключите измерительный блок L-микро к разъему последовательного порта компьютера. После этого подсоедините его

к сети (220 В, 50 Гц) и включите. Оптоэлектрический датчик подключается к первому разъему измерительного блока (рис. 3.3).

2. Для проведения опыта с математическим маятником соберите установку как показано на рис. 3.2. Штатив собирается с длинной вертикальной стойкой, к которой крепится перекладина. Перекладина имеет проточки для фиксации нити, на которой подвешен шарик. На конце перекладины подвешивается нить с маятником. Датчик устанавливается на металлический лист. Высота расположения перекладины подбирается такой, чтобы центр шарика находился на одной высоте с излучателем и приемником датчика. Оптическая ось датчика должна приблизительно совпадать с положением равновесия маятника.

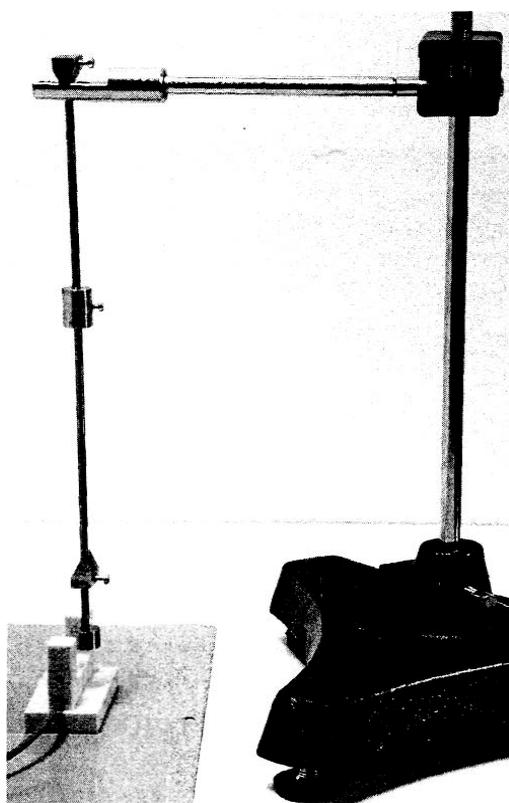


Рис. 3.2. Вид экспериментальной установки

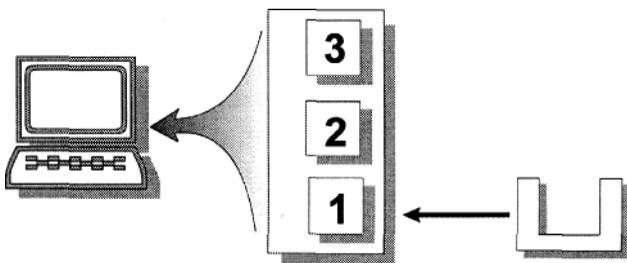


Рис. 3.3. Схема подключения установки

3. Выберите пункт меню «Измерение ускорения свободного падения», нажмите на экране кнопку «Проведение измерений».

4. Отклоните маятник от положения равновесия так, чтобы плоскость его колебаний была перпендикулярна плоскости корпуса датчика.

5. Нажмите кнопку «Пуск» для начала регистрации данных.

6. После совершения маятником пяти полных колебаний запись данных прекращается, а на экране остаются значения полупериодов колебаний. Разница между $T_1/2$ и $T_2/2$ объясняется тем, что оптическая ось оптоэлектрического датчика не точно совпадает с положением равновесия маятника. Измеренные значения полупериодов колебаний вносятся в таблицу, где рассчитываются периоды колебаний маятников.

7. Измерьте период малых колебаний математического маятника. Для этого проведите измерения периода при различных амплитудах колебаний и определите величину начального отклонения, при котором период перестает зависеть от амплитуды (в рамках точности измерительной системы). Заполните данными (полупериоды малых колебаний, полученные в одном из запусков) табл. 3.1.

8. Определите расстояние от центра шарика до точки подвеса и впишите его в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Математический маятник

l , м	$(T/2)_1$, с	$(T/2)_2$, с	T , с	$T_{\text{ср}}$, с

9. Для проведения измерений с оборотным маятником на стойке штатива зажимается переключатель со скобой, предназначенной для фиксации опор оборотного маятника (см. рис. 3.2). Оборотный маятник вставляется в прорезь скобы таким образом, чтобы плоскость его колебаний совпадала с направлением прорези. При движении маятник должен перекрывать луч света в оптоэлектрическом датчике, установленном на металлическом листе. Необходимо, чтобы оптическая ось датчика примерно совпадала с положением равновесия маятника. Высота расположения оси маятника регулируется перемещением переключателя со скобой по вертикальной стойке штатива.

10. Поскольку опыт проводится в рамках того же компьютерного сценария, что и эксперимент с математическим маятником, для начала записи данных достаточно нажать кнопку «Пуск».

11. Убедитесь, что опоры маятника установлены в сопряженных точках. Для этого измерьте период его малых колебаний на одной из опор, затем переверните маятник и, перемещая переключатель по вертикальной стойке штатива, снова подберите высоту расположения оси качания. Еще раз измерьте период его малых колебаний и сопоставьте с величиной периода колебаний, полученной ранее.

12. Определите амплитуды колебаний, при которой их еще можно считать малыми, т.е. найдите область амплитуд колебаний, где в рамках точности эксперимента период не зависит от амплитуды. Для этого установите маятник на одну из опор и, так же как для математического маятника, проведите измерение периодов при различных амплитудах колебаний.

13. Внесите значения полупериодов малых колебаний, полученные в одном из экспериментов, в табл. 3.2. Измерьте расстояние между острями опор маятника l_0 и также впишите его в табл. 3.2.

Таблица 3.2. **Оборотный маятник**

$l, \text{ м}$	$(T/2)_1, \text{ с}$	$(T/2)_2, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$T_{\text{ср}}, \text{ с}$

Обозначения, принятые в таблицах:

l – длина маятника (приведенная длина в случае физического маятника);

$T_1/2$ и $T_2/2$ – полупериоды колебаний;

$T = T_1/2 + T_2/2$ – период колебаний маятника;

$T_{\text{ср}}$ – среднее значение периода колебаний.

14. Положите маятник горизонтально на какой-либо острый предмет (например, ребро линейки) и найдите приблизительно положение центра масс – точку, опираясь на которую маятник будет в равновесии. Проверьте, выполняется ли условие $l_1 \neq l_2$.

15. Определите ускорение свободного падения на основе данных, полученных для математического и обратного маятников. Оцените погрешность в том и другом случае. Подумайте, в силу каких причин обратный маятник обеспечивает существенно более высокую точность измерения g .

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микром можно только после его подключения к разъему последовательного порта компьютера.

Осторожно обращайтесь с обратным маятником. Не допускайте падений и ударов маятника, это может нарушить его регулировку.

Контрольные вопросы

1. Что такое вес тела? В чем отличие веса тела от силы тяжести и от массы тела?
2. Что такое колебания?
3. Что такое свободные колебания?
4. Что такое гармонические колебания?
5. Дайте определения амплитуды, фазы, периода, частоты, циклической частоты колебания.
6. Что называется физическим маятником?
7. Что называется математическим маятником?
8. Запишите формулы для периодов колебаний физического и математического маятников.
9. Что такое приведенная длина физического маятника?

Лабораторная работа № 4. Изучение закона сохранения момента импульса

Цель работы: изучение динамики вращательного движения и закона сохранения момента импульса на примере системы с изменяющимся моментом.

Оборудование:

- основание штатива
- датчик угловой скорости с муфтой
- стержни (длинные) – 2 шт.
- грузы – 2шт.
- ограничители хода грузов – 2 шт.
- рукоятка для раскрутки системы
- линейка
- измерительный блок L-микро

Момент импульса при вращении относительно неподвижной оси равен произведению момента инерции J на угловую скорость ω . Закон сохранения момента импульса записывается в виде: $J\omega = \text{const}$, т.е. произведение момента инерции относительно неподвижной оси на угловую скорость относительно этой оси есть величина постоянная для механических систем, на которые не действуют моменты внешних сил или в которых главный момент внешних сил относительно оси вращения равен нулю. Экспериментальной проверке этого соотношения и посвящена данная лабораторная работа.

Механическая система с переменным моментом инерции схематически показана на рис. 4.1. Длинный тонкий стержень может вращаться в горизонтальной плоскости, вокруг оси, проходящей через его центр. На стержне имеется два груза, которые свободно скользят по нему. С помощью специального приспособления стержень приводится во вращение при минимальном удалении грузов от оси. После освобождения грузов они скользят по стержню до установленных заранее упоров. Момент инерции системы при этом возрастает, а вращение замедляется. Угловая скорость системы контролируется компьютерной измерительной системой. Изменение геометрических характеристик дает возможность определить начальное и конечное значения момента инерции. Таким образом, можно рассчитать моменты импульса в начальном состоянии (при

максимальной скорости вращения) и в конечном состоянии (после разлета грузов) и сравнить их.

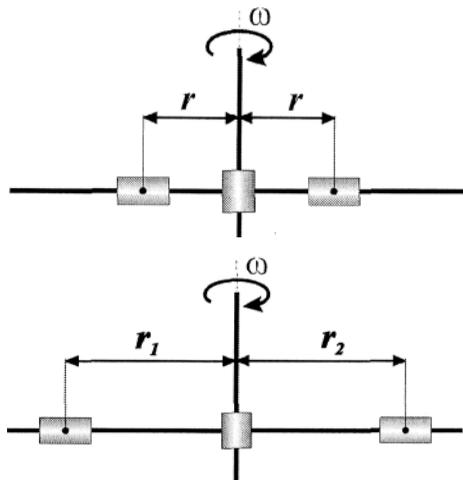


Рис. 4.1. Схема экспериментальной установки

Порядок выполнения работы

1. Соберите экспериментальную установку как показано на рис. 4.2 и 4.3. Вкрутите стойку датчика угловой скорости в датчик. Возьмите основание штатива и закрепите датчик угловой скорости как показано на рис. 4.2. В муфту 3, установленную на оси датчика, вверните два стержня 4, предварительно надев на них ограничители хода грузов 6 и сами грузы 5. Раскрутка грузов производится специальной рукояткой 7, которая одновременно фиксирует начальное положение грузов. Устройство для раскрутки надевается на муфту датчика угловой скорости.

2. Подключите измерительный блок L-микро к разьему последовательного порта компьютера и к сети (220 В 50 Гц). Кабель датчика угловой скорости включите в разъем первого канала измерительного блока (рис. 4.4).

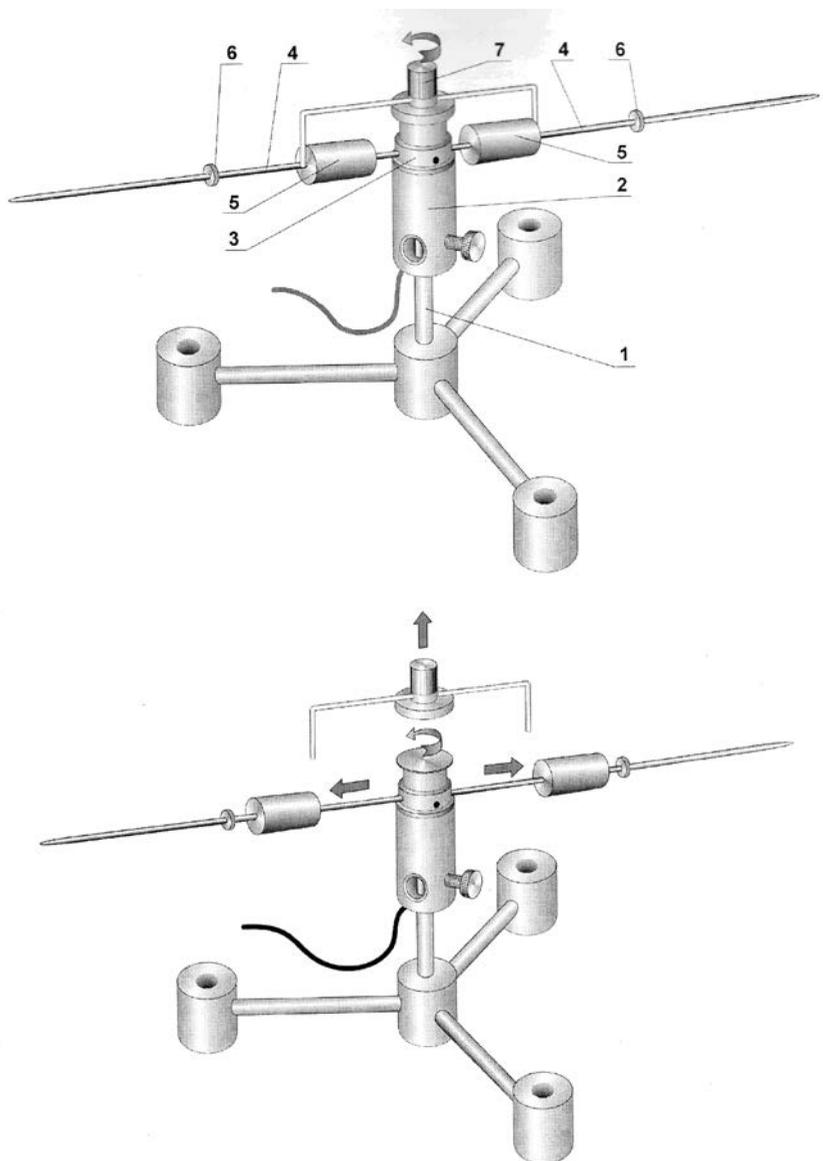


Рис. 4.2. Конструкция экспериментальной установки

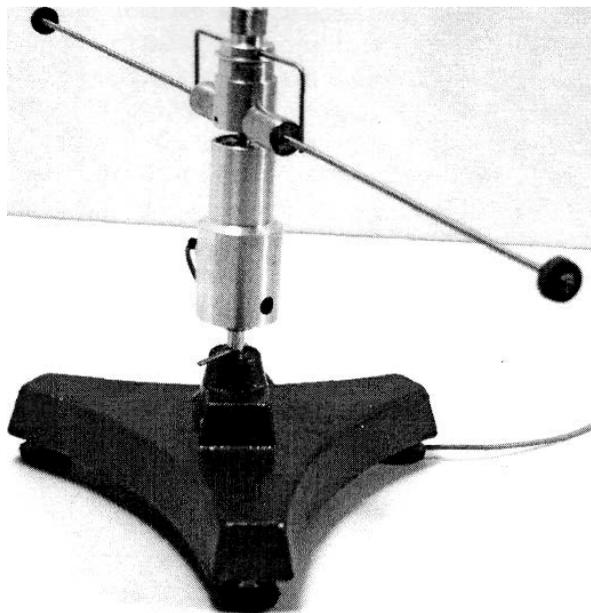


Рис. 4.3. Вид экспериментальной установки

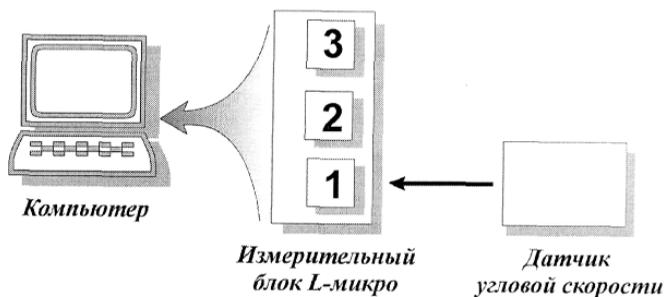


Рис. 4.4. Схема подключения установки

3. Вызовите программу «L-физика-практикум», нажмите на экранную кнопку «Выбор работы» и в появившемся на экране списке экспериментов выберите лабораторную работу «Закон сохранения момента импульса». В экране настройки нажмите кнопку «Проведение измерений».

4. Приступите к выполнению опыта. Для этого необходимо:

А. Зафиксировать положение грузов с помощью устройства для раскрутки, установленного на муфту датчика. С помощью линейки измерить расстояние r от оси вращения до центров масс грузов и внести его в табл. 4.2.

Б. Установить резиновые шайбы на определенном расстоянии от центра вращения системы.

В. Включить режим регистрации данных компьютером. Для этого нажать кнопку «Пуск» (отметим, что запись данных осуществляется в течение 5 секунд с момента нажатия на кнопку «Пуск»).

Г. Раскрутить систему грузов с помощью рукоятки и резко поднять ее вверх, чтобы позволить грузам сдвинуться до резиновых шайб, ограничивающих их движение по стержням.

Д. После завершения записи данных на экране возникнет график зависимости угловой скорости вращения системы от времени. Вам следует определить начальное (ω_1) и конечное (ω_2) значения угловой скорости. Для этого передвиньте курсор мыши в интересующие вас точки графика и щелкните левой кнопкой мыши. Вертикальная черта (маркер) переместится к соответствующей точке графика и цифровой указатель в правом верхнем углу экрана покажет вам мгновенное значение угловой скорости в этой точке. Впишите значение угловой скорости в табл. 4.1. Отметим, что начальной скоростью вращения системы следует считать максимальное значение угловой скорости. Участок возрастания угловой скорости на графике соответствует раскрутке системы, а участок, где угловая скорость убывает, – разлету грузов, т.е. движению в отсутствие внешних сил. (Моментом силы трения в датчике пренебрегаем.)

Е. С помощью линейки измерьте и внесите в табл. 4.2 координаты центров масс грузов после разлета (r_1 , r_2). Грузы могут не дойти до упоров или отойти от них после удара, т.е. оказаться на разных расстояниях от оси вращения.

5. Измерения необходимо провести при различных конечных положениях грузов, каждый раз проводя 2–3 запуска системы.

6. Обработка результатов эксперимента производится следующим образом:

А. Момент инерции стержней и муфты, находящейся на оси датчика угловой скорости, сопоставим по величине с моментом

инерции подвижных грузов, поэтому его необходимо учитывать при обработке данных эксперимента. Расчет момента инерции подвижной части установки (без грузов) выполняется в табл. 4.1.

Таблица 4.1. Расчет моментов инерции установки

m_1 , кг	m_2 , кг	R , м	l , м	J_M , кг·м ²	J_c , кг·м ²	$J_0 = J_M + 2J_c$, кг·м ²
0.0025	0.03	0,018				

Обозначения, принятые в таблице:

m_1 – масса муфты на оси датчика угловой скорости;

m_2 – масса стержня;

R – радиус муфты;

l – длина стержня (от внешнего края муфты);

$$J_M = \frac{1}{2} m_1 R^2 - \text{момент инерции муфты}; \quad (4.1)$$

$$J_c = m_2 \cdot \left(R^2 + Rl + \frac{l^2}{3} \right) - \text{момент инерции стержня, находится}$$

с помощью теоремы Штейнера: (4.2)

$$J_c = m_2 \cdot \left(R + \frac{l}{2} \right)^2 + m_2 \frac{l^2}{12} = m_2 \cdot \left(R^2 + Rl + \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right) = m_2 \cdot \left(R^2 + Rl + \frac{l^2}{3} \right),$$

где $R + \frac{l}{2}$ – расстояние от центра масс спицы до центра вращения;

$m_2 \frac{l^2}{12}$ – момент инерции тонкого стержня при вращении относительно оси, проходящей через его центр инерции.

Б. С помощью табл. 4.2 рассчитайте моменты инерции грузов при различном удалении от оси. Для всех опытов вычислите моменты импульса системы в начальном и конечном состояниях и сопоставьте полученные значения друг с другом. Проанализируйте причины, которые приводят к некоторым отличиям в полученных результатах.

Таблица 4.2. Расчет моментов экспериментальных моментов импульса

№	m , кг	r , м	r_1 , м	r_2 , м	ω_1 , с ⁻¹	ω_2 , с ⁻¹	J_1 , кг·м ²	J_2 , кг·м ²	$L_1 = (J_1 + J_0) \cdot \omega_1$, кг·м ² ·с ⁻¹	$L_2 = (J_2 + J_0) \cdot \omega_2$, кг·м ² ·с ⁻¹
	0.076									

Обозначения, принятые в таблице:

m – масса груза;

r – радиус центров масс грузов до разлета;

r_1 – радиус центров масс одного из грузов после разлета;

r_2 – радиус центров масс другого груза после разлета;

ω_1 – угловая скорость системы до разлета грузов;

ω_2 – угловая скорость системы после разлета грузов.

Моменты инерции грузов в начальном и конечном состояниях рассчитываются следующим образом. Момент инерции цилиндрического груза при вращении относительно оси, проходящей через его центр инерции и перпендикулярной оси симметрии цилиндра, равен:

$$J_{\text{гр.}} = \frac{m}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + H^2), \quad (4.3)$$

где R_1 – внешний радиус цилиндрического груза; R_2 – радиус отверстия в цилиндрическом грузе; H – длина цилиндрического груза. В работе используются грузы со следующими размерами: $R_1 = 9.75$ мм, $R_2 = 2.25$ мм, $H = 34.8$ мм.

Согласно теореме Штейнера, моменты инерции грузов до разлета J_1 и после разлета J_2 равны:

$$J_1 = 2(mr^2 + J_{\text{гр.}}), \quad (4.4)$$

$$J_2 = m(r_1^2 + r_2^2) + 2J_{\text{гр.}}. \quad (4.5)$$

$L_1 = (J_1 + J_0)\omega_1$ – момент импульса системы до разлета грузов;
 $L_2 = (J_2 + J_0)\omega_2$ – момент импульса системы после разлета грузов.

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микро можно только после его подключения к разъему последовательного порта компьютера.

Перед раскруткой системы убедитесь в правильной установке ограничителей хода грузов.

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется поступательным? Какое движение называется вращательным?
2. Что называется угловой скоростью? Что называется угловым ускорением? Как определяются их направления? Какова связь между линейными и угловыми величинами?
3. В чем заключается закон сохранения импульса?
4. Что называется центром масс системы материальных точек?
5. Что такое момент инерции тела?
6. Что такое момент импульса материальной точки? Что такое момент импульса твердого тела? Как определяется направление момента импульса?
7. В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса?
8. Как вывести формулы (4.1) – (4.3) для моментов инерции, зная определение момента инерции материальной точки относительно фиксированной оси?

Лабораторная работа № 5. Измерение момента инерции диска. Маятник Максвелла

Цель работы: измерение момента инерции осесимметричного твердого тела в виде диска и сравнение с расчетными значениями.

Оборудование:

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| • штатив | • измерительный блок L-микро |
| • перекладина для маятника Максвелла | • блок питания |
| • маятник Максвелла | • линейка |
| • электромагнит | • пластина для установки датчика |
| • оптоэлектрический датчик | |

Маятник Максвелла представляет собой диск, неподвижно установленный на оси. На концах оси симметрично относительно диска закрепляются нити, с помощью которых маятник подвешивается к штативу. При вращении оси нити могут наматываться на ось или разматываться, обеспечивая тем самым перемещение маятника вверх и вниз. Если, намотав нити на ось, поднять маятник на некоторую высоту и отпустить, то он начнет совершать колебательное движение в поле силы тяжести. В нижней точке маятник приобретает наибольшую скорость вращения и, продолжая вращаться по инерции, снова поднимается на некоторую высоту за счет наматывания нитей на ось. После достижения верхней точки, где скорость вращения маятника становится равной нулю, он начинает падать, вращаясь при этом в другую сторону. На рис. 5.1 показана схема сил, действующих на вал. Движение маятника осуществляется под действием силы тяжести mg и силы натяжения нитей N . Движение маятника является равноускоренным до тех пор, пока нити хотя бы частично намотаны на вал. При этом угловая скорость ω вращения диска вокруг оси и линейная скорость v геометрической оси диска связаны между собой соотношением:

$$v = (d/2)\omega, \quad (5.1)$$

где d – диаметр вала. Иными словами, скорость движения центра масс маятника равна скорости сматывания нитей с вала. Кинетическая энергия диска равна:

$$T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{Jv^2}{2 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} + \frac{mv^2}{2} = \left(\frac{2J}{d^2} + \frac{m}{2}\right)v^2, \quad (5.2)$$

где J – момент инерции маятника.

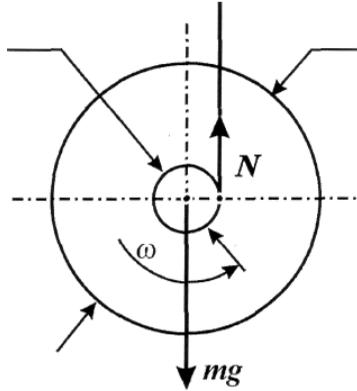


Рис. 5.1. Схема экспериментальной установки

В соответствии с законом сохранения энергии при движении в поле силы тяжести кинетическая энергия маятника, который опустился с высоты h , равна его потенциальной энергии на этой высоте, поэтому можно записать:

$$mgh = \left(\frac{2J}{d^2} + \frac{m}{2}\right)v^2. \quad (5.3)$$

Если теперь продифференцировать формулу (5.3) по времени, то мы получим:

$$mg \frac{dh}{dt} = \left(\frac{2J}{d^2} + \frac{m}{2}\right) \cdot 2v \frac{dv}{dt}.$$

Теперь учтем, что скорость $v = dh/dt$, ускорение $a = dv/dt$, сократим обе части на скорость v и выразим ускорение a :

$$a = \frac{mg}{\left(\frac{4J}{d^2} + m\right)} = \frac{g}{\frac{D^2}{2d^2} + 1},$$

где D – диаметр диска и использована формула для момента инерции однородного диска. Отсюда видно, что движение действительно является равноускоренным (нет зависимости ускорения от времени), а также видно, во сколько раз ускорение меньше ускорения свободного падения.

При равноускоренном движении скорость v выражается через высоту падения h и время движения t на основании кинематических соотношений:

$$v = a \cdot t \quad \text{и} \quad h = \frac{a \cdot t^2}{2}, \quad (5.4)$$

где a – ускорение, с которым движется центр масс диска. Из формул (5.4) следует

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (5.5)$$

Подставив (5.5) в уравнение (5.3) и решив его относительно J , получим расчетную формулу для определения момента инерции маятника Максвелла относительно его оси симметрии:

$$J = \frac{md^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (5.6)$$

Отметим, что расчетная формула может быть получена также на основе законов динамики.

Выполняя данную лабораторную работу, вы измерите время t падения маятника Максвелла с высоты h и на основе полученных данных рассчитаете его момент инерции. После этого вам необходимо будет сравнить полученное значение момента инерции с теоретическим. Геометрические размеры и масса элементов маятника Максвелла приведены в табл. 5.1.

Сборка лабораторной установки

1. Соберите лабораторную установку в соответствии с рис. 5.2. Сначала смонтируйте стойку штатива 1 и закрепите на ней перекладину 2. На перекладину штатива заранее устанавливается электромагнит 3. Для его установки необходимо вывернуть один из имеющихся в перекладине винтов. Нить, на которой подвешивается маятник, надевается на винты, имеющиеся на перекладине штатива. После установки оси маятника 4 в горизонтальное положение можно для фиксации один раз обернуть нить вокруг каждого из винтов. Перекладина с маятником Максвелла устанавливается таким образом, чтобы маятник двигался возможно ближе к стойке штатива. В этом случае штатив более устойчив и не испытывает заметных колебаний при достижении маятником нижней точки.

2. Под свободно висящим неподвижным маятником установите оптоэлектрический датчик 5. Отрегулируйте высоту установки перекладины таким образом, чтобы нижняя кромка диска свободно висящего маятника была на 1 см ниже уровня, на котором находятся излучатель и приемник датчика.

3. Соберите электрическую схему эксперимента (рис. 5.3). Подключите измерительный блок L-микро к разъему последовательного порта компьютера. После этого подсоедините его к сети (220 В, 50 Гц) и включите. Подключите 9-штырьковый разъем кабеля электромагнита к третьему разъему измерительного блока. Выводы, предназначенные для подачи напряжения питания, соедините с источником питания 12 В. Подключите датчик к первому разъему измерительного блока.

Проведение измерений и их обработка

1. Запустите программу «L-физика-практикум» и в появившемся на экране списке выберите лабораторную работу «Маятник Максвелла».

2. Приступите к проведению опыта. Для этого необходимо сделать следующее:

А. Включите блок питания.

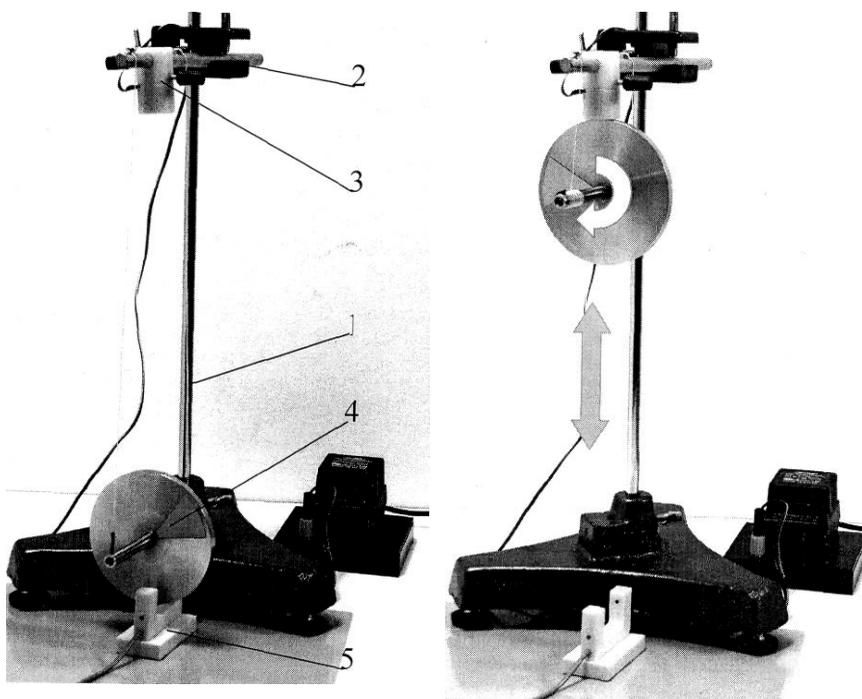


Рис. 5.2. Вид экспериментальной установки

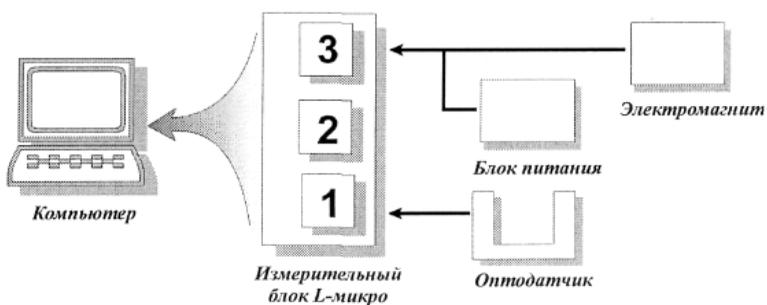


Рис. 5.3. Схема подключения установки

Б. Выберите пункт меню «Измерение». При этом на электромагнит будет подано напряжение питания, а на экране появится сообщение.

В. Намотайте нити на вал и подвесьте маятник к магниту (рис. 5.4). Когда электромагнит удерживает маятник, нити подвеса не должны быть натянуты и не должны провисать. Выполнение этих условий позволит вам уменьшить разброс во времени падения маятника. Поэтому после того, как вы подвесили маятник к электромагниту, слегка поверните его в направлении разматывания нитей.

Г. Нажмите клавишу «Пуск» на экране. При этом одновременно с отключением питания электромагнита начнется отсчет времени падения маятника. Как только маятник перекроет свет в датчике, на экране компьютера появится время его движения. Остановите руками движение маятника и запишите время в табл. 5.2.

3. Повторите измерения по пунктам В, Г еще четыре раза. Измеренное время падения заносите в табл. 5.2. Питание на электромагнит подается автоматически после регистрации времени движения маятника.

4. При помощи линейки определите высоту падения маятника h (измерьте расстояние от нижней точки диска маятника, когда он подвешен к электромагниту, до оптической оси датчика) и запишите ее в табл. 5.3. Обратите внимание на погрешность определения h .

5. На основании экспериментальных данных рассчитайте среднее время падения маятника:

$$t_{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

и оценку среднеквадратического отклонения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_{\text{cp}} - t_i)^2}.$$

Полученное значение t_{cp} внесите в табл. 5.3.

6. Определите момент инерции маятника. Расчет проводится по формуле (5.6) с использованием характеристик маятника (масса и диаметр оси), приведенных в табл. 5.1, и времени падения. Диаметр нитей подвеса 0.6 мм. Полученный результат впишите в табл. 5.3 ($J_{\text{эксп}}$).

7. Рассчитайте момент инерции маятника на основе данных, приведенных в табл. 5.1

8. Внесите результаты в табл. 5.3.

9. Сопоставьте результаты расчетов и экспериментов. Оцените погрешность определения момента инерции маятника.

Таблица 5.1. **Физические параметры установки**

d_0 , мм	D , мм	m_0 , кг	m_d , кг	$m = m_0 + m_d$, кг
9.8 ± 0.1	100.1 ± 0.1	0.062	0.410	0.472

Таблица 5.2. **Результаты измерений**

№ опыта	1	2	3	4	5
Время падения, с					

Таблица 5.3. **Расчет моментов инерции**

$t_{\text{ср}}$, с	h , м	$J_{\text{эксп}}$, кг·м ²	J_0 , кг·м ²	J_d , кг·м ²	$J_{\text{теор}}$, кг·м ²

Обозначения, принятые в таблицах:

d_0 – диаметр оси маятника;

D – диаметр диска;

m_0 – масса оси маятника;

m_d – масса диска;

m – полная масса маятника;

$J_d = \frac{1}{8} m_d D^2$ – момент инерции диска;

$J_0 = \frac{1}{8} m_0 d^2$ – момент инерции вала;

$J_{\text{теор}} = J_d + J_0$ – момент инерции маятника, рассчитанный на основе геометрических параметров маятника.

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микро можно только после его подключения к разъему последовательного порта компьютера.

Проверить целостность нитей подвеса маятника перед проведением опыта.

Не допускать ударов маятника по корпусу датчика. Для этого необходимо руками останавливать его движение после первого или второго подъема вверх.

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется поступательным? Какое движение называется вращательным?
2. Что называется угловой скоростью? Что называется угловым ускорением? Как определяются их направления? Какова связь между линейными и угловыми величинами?
3. В чем заключается закон сохранения импульса?
4. Что называется центром масс системы материальных точек?
5. Что такое момент инерции тела?
6. Что такое момент импульса материальной точки? Что такое момент твердого тела? Как определяется направление момента импульса?
7. В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса?
8. Выведите формулу для момента инерции диска, используя определение момента инерции материальной точки относительно фиксированной оси.
9. Являются ли колебания маятника Максвелла гармоническими?

Лабораторная работа № 6. Изучение законов динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека

Цель: получить экспериментальную зависимость углового ускорения от момента силы и определить момент инерции маятника динамическим методом.

Оборудование: маятник Обербека, электронный секундомер, штангенциркуль, линейка, набор грузов.

6.1. Теоретические сведения

Закон динамики вращательного движения. Основные кинематические и динамические параметры вращательного движения:

φ – угловой путь, или угол поворота;

$\omega = d\varphi / dt$ – модуль угловой скорости тела;

$\varepsilon = d\omega / dt$ – модуль углового ускорения тела.

Для произвольной точки вращающегося тела, расположенной на расстоянии r от оси вращения, модуль линейной скорости:

$$v = \omega r \quad (6.1)$$

и модуль тангенциального ускорения:

$$a_{\tau} = \varepsilon r. \quad (6.2)$$

Модуль момента силы \vec{T} натяжения нити, намотанной на шкив радиуса r ,

$$M = rT. \quad (6.3)$$

Модуль момента импульса \vec{L} материальной точки массы m , которая движется со скоростью v , на расстоянии r от оси вращения:

$$L = mvr. \quad (6.4)$$

Для тела с моментом инерции J , вращающегося с угловой скоростью ω , модуль момента импульса

$$L = J\omega. \quad (6.5)$$

Момент инерции материальной точки массы m , удаленной от оси вращения на расстояние r , $J = mr^2$.

Момент инерции тела относительно выбранной оси равен сумме моментов инерции всех N точек тела:

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (6.6)$$

Закон динамики вращательного движения:

$$d\vec{L} = \vec{M} dt \quad \text{или} \quad d(J\vec{\omega} / dt) = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i. \quad (6.7)$$

Если момент инерции вращающегося тела остается постоянным, то закон динамики принимает вид:

$$J\vec{\epsilon} = \sum_1^n \vec{M}_i. \quad (6.8)$$

6.2. Описание установки

Основной частью установки является крестообразный маятник, который может вращаться с малым трением вокруг оси O (рисунок). В данной установке реализовано вращение в горизонтальной плоскости.

По стержням крестовины могут перемещаться подвижные цилиндры 3 массой m_0 . На одной оси с крестовиной насажены шкивы 1 и 2 разного радиуса r . К концу нити, намотанной на один из шкивов и перекинутой через невесомый блок 4 , прикрепляется груз массой m , приводящий маятник во вращательное движение. Время прохождения грузом расстояния h измеряют секундо-

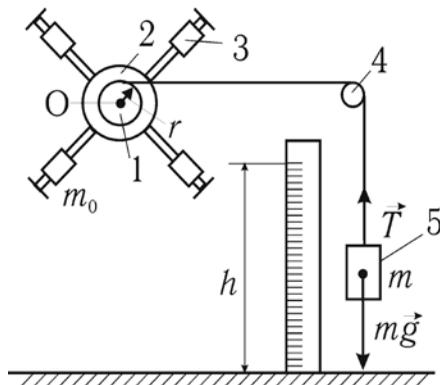


Рисунок. Схема установки

мером. Маятник в исходном положении удерживается электромагнитом, при нажатии клавиши «Пуск» секундомера электромагнит отключается, груз начинает двигаться и одновременно включается секундомер. Отсчет времени заканчивается при достижении грузом нижнего положения. Для того чтобы секундомер сработал, необходимо установке с помощью винтов в основании платформы придать такое положение, при котором груз опускался бы точно в отмеченный круг. В этот круг вмонтирован датчик, выключающий секундомер.

Расстояние h отмечается по линейке, установленной в верхней части установки, на которой указывается расстояние груза в начальном положении от основания установки.

6.3. Описание метода измерений

Приняв, что нить невесома и нерастяжима, считаем движение грузов равноускоренным. Обоснование такое же, как в предыдущей работе № 5 для маятника Максвелла. Ускорение груза a выражается через время его движения и пройденный путь h :

$$a = 2h / t^2. \quad (6.9)$$

Угловое ускорение маятника ε выражается через линейное ускорение и радиус шкива r :

$$\varepsilon = a / r, \text{ т.е. } \varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (6.10)$$

Силу натяжения нити T можно определить, применив к движению груза массой m закон Ньютона,

$$T = m(g - a).$$

Таким образом, измерив для груза массой m время t прохождения им расстояния h , можно рассчитать угловое ускорение ε (формула (6.10)) маятника и определить момент силы, действующий на маятник:

$$M = Tr = m(g - a)r. \quad (6.11)$$

Так как в опытах $a \ll g$, в формуле (6.11) можно пренебречь ускорением a по сравнению с g (убедитесь прямым вычислением,

что это утверждение справедливо). Кроме того, следует учесть, что при вращении маятника на него действует тормозящий момент сил трения $M_{\text{тр}}$. С учетом этих факторов закон динамики принимает вид

$$J\varepsilon = rmg - M_{\text{тр}}. \quad (6.12)$$

Уравнения (6.10) и (6.12) позволяют выразить момент инерции блока J через время движения блока t , высоту h и неизвестный момент сил трения $M_{\text{тр}}$.

Проведение нескольких измерений с разными массами позволяет вычислить значение J и определить момент сил трения (в предположении $M_{\text{тр}} = \text{const}$).

6.4. Выполнение работы

З а д а н и е 1. Изучение закона вращения маятника.

1. Подвесьте к маятнику груз массой m , установите подвижные цилиндры массой m_0 на одинаковом расстоянии l от оси вращения.

2. Вращая маятник, намотайте нить на малый шкив r_1 в один слой и включите электромагнит красной кнопкой, расположенной в верхней части установки. Запишите расстояние h , проходимое грузом при падении. Убедитесь, что нить и груз во время движения не задевают неподвижные части установки или другие предметы.

3. Устраните качание груза и нажмите кнопку «Пуск» секундомера. Запишите время t движения груза до нижней точки. Проведите измерения несколько раз (например, 5). Запишите результаты в табл. 6.1. (Средние значения и среднеквадратичные отклонения вычислите при обработке результатов.)

Таблица 6.1

$h = \text{___ мм}; r = \text{___ мм}; m = \text{___ г}$						
№ измерения	1	2	...	n	среднее	ускорение ε
время t					$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i =$	$\varepsilon = \frac{2h}{r \langle t \rangle^2} =$

Примечание. При аккуратной намотке нити на шкив и точной установке высоты груза h разброс в показаниях секундомера отсутствует. Следует добиться повторения показаний.

4. Измените массу грузов, не меняя шкив. Прделайте те же измерения и внесите их в табл. 6.1.

5. Аналогичные измерения проведите, используя шкив радиусом r_2 .

6. Сведите все результаты в табл. 6.2 – для двух значений радиуса шкива.

7. Изобразите графически зависимость углового ускорения ε от момента силы M , *нанеся точки для обоих шкивов на один график.*

Таблица 6.2

$r = \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм}$					
m_i	ε_i	ε_i^2	$M_i = r g m_i$	M_i^2	$\varepsilon_i M_i$
m_1	...		–		
m_2			–		
...			–		
$\bar{m} =$	$\bar{\varepsilon} =$	$\bar{\varepsilon}^2 =$	$\bar{M} = \bar{m} g r =$	$\bar{M}^2 =$	$\bar{\varepsilon} \bar{M} =$
	$D = \bar{\varepsilon}^2 - \bar{\varepsilon}^2$		$D_M = \bar{M}^2 - \bar{M}^2$		$K = \bar{\varepsilon} \bar{M} - \bar{\varepsilon} \bar{M} =$
$R =$	$J = \frac{K}{D}$		$M_{\text{тп}} = \bar{M} - J \bar{\varepsilon}$		$J' = \frac{D_M}{K} =$

Экспериментальные точки на графиках должны располагаться вдоль прямых, что соответствует линейной зависимости между угловым ускорением ε и моментом силы M . Далее, нужно провести соответствующие прямые, так чтобы они располагались «наиболее близко ко всей совокупности экспериментальных точек». В математической статистике построение графиков, которые имеют линейный вид:

$$y = f(x) = a + bx, \quad (6.13)$$

по избыточной совокупности экспериментальных точек (x_i, y_i) называется построением линейной регрессии. В этом случае уравнение (6.13) превращается в переопределенную систему уравнений:

$$y_i = a + bx_i, i = \overline{1, n}. \quad (6.14)$$

Можно поступить следующим образом.

Просуммируем уравнения (6.14) и разделим на общее число точек:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} = a + b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = a + b\bar{x}. \quad (6.15)$$

Далее, умножим каждое из уравнений на x_i и снова просуммируем по всем n . Разделив результат на n , получим:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = a \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (6.16)$$

Два уравнения (6.15) и (6.16) представляют собой два уравнения на две неизвестные величины a и b . Решая их, получаем

$$b = \frac{\overline{(y \cdot x)} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

и

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x},$$

где черта сверху означает усреднение данной величины по всем имеющимся значениям. У нас в роли коэффициента b выступает искомый момент инерции J , а в роли коэффициента a выступает неизвестный момент сил трения в оси вращения $M_{\text{тр}}$.

8. Таким образом, следует вычислить **средние значения**

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i, \quad \bar{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i, \quad \overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2, \quad M_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i^2,$$

$$\overline{\varepsilon M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i M_i \text{ для каждого из двух шкивов и занести их в табл.}$$

6.2.

9. Вычислите значения момента инерции J и момента сил трения $M_{\text{тр}}$ для каждого из шкивов.

10. Сделайте выводы.

З а д а н и е 2. Измерение момента инерции крестовины маятника.

1. Момент инерции маятника J равен сумме моментов крестовины $J_{\text{кр.}}$ и моментов четырех цилиндров массы m_0 , длины l_0 , радиуса R , разнесенных на расстояние l от центра:

$$J = J_{\text{кр.}} + 4m_0 \left(\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2 \right). \quad (6.17)$$

Основное уравнение принимает вид:

$$J = J_{\text{кр.}} + 4m_0 \left(\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2 \right) = \frac{2Mr}{h^2}t^2 = Nt^2. \quad (6.18)$$

Здесь введена известная величина $N = \frac{2r}{h^2}(mgr - M_{\text{тр}})$, для вычисления которой следует воспользоваться ранее найденным моментом сил трения.

Измерение углового ускорения опускающегося груза при нескольких значениях l позволяет найти момент инерции крестовины и массу подвижных цилиндров.

2. Закрепите подвижные цилиндры на максимальном и одинаковом расстоянии l от оси вращения (можно взять результаты из 1-го задания). Прикрепите к нити груз массой m . Измерьте длину цилиндра l_0 и его радиус R . Выберите для эксперимента один шкив, измерьте его *радиус* r и запишите в табл. 6.3 значения l_0 , R , m , r и h . Установка содержит шкивы двух различных диаметров: $d_1 = 20.1$ мм и $d_2 = 35.0$ мм.

3. Вращая маятник, намотайте нить на шкив *в один слой* и измерьте время движения t (см. п. 3 задания 1).

4. Проведите еще шесть опытов *с тем же грузом* m , уменьшая всякий раз на 1.5–2 см расстояние l цилиндров от оси вращения. Результаты измерений l и t внесите в табл. 6.3.

5. Вычислите для каждого опыта величины t^2 и $\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2$ и их средние значения. Результаты занесите в табл. 6.3.

Таблица 6.3

$l_0 = \text{--- см, } R = \text{--- см, } h = \text{--- см, } m = \text{--- кг, } r = \text{--- мм}$				
№	$l, \text{ см}$	$t, \text{ с}$	t^2	$\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2$
1				
2				
...				
7				
	\bar{l}	\bar{t}	$\overline{t^2}$	$\overline{\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2}$

6. Постройте график зависимости величины Nt^2 от $\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2$ (см. рекомендации п. 1). Нанесите на график среднюю точку $M\left(\overline{\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2}, N\overline{t^2}\right)$.

7. Сделайте вывод о характере полученной зависимости $t^2 = f\left(\frac{1}{4}R^2 + l^2 + l_0l + \frac{1}{3}l_0^2\right)$. Проведите через среднюю точку прямую, наименее уклоняющуюся от остальных точек.

8. Измерьте коэффициент наклона прямой.

9. Определите с помощью графика момент инерции крестовины $J_{кр.}$.

10. Рассчитайте массу подвижных цилиндров m_0 .

11. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение величины углового ускорения.
2. Что называют моментом силы?
3. Что такое момент импульса тела?

4. Какая величина является моментом инерции материальной точки?
5. Чему равен момент инерции тела?
6. В каких единицах измеряют угловое ускорение, момент силы, момент инерции, момент импульса?
7. Сформулируйте закон динамики вращательного движения.
8. Запишите закон динамики вращательного движения для случая, когда момент инерции вращающегося тела не изменяется.
9. Для каких целей используются графики?
10. Из каких соображений выбирают для графика размер осей?
11. Что указывают на осях графика?
12. Как выбирают границы интервалов на графиках?
13. Как выбирают масштаб числовых осей графика? Как его указывают?
14. Как проводят экспериментальную кривую на графике?
15. Через какие точки следует провести прямую на графике, если зависимость линейная?
16. Как определяют угловой коэффициент линейной зависимости?
17. Как находят случайную погрешность углового коэффициента?
18. Какие источники случайной погрешности приводят к «разбросу» точек на графиках при изучении движения?
19. Запишите закон динамики вращательного движения.
20. Какое вращение тела называют равноускоренным, каковы его условия?
21. Как направлены векторы углового ускорения $\vec{\epsilon}$, момента силы \vec{M} и момент импульса тела \vec{L} ?
22. От чего зависят: а) угловое ускорение маятника, б) момент инерции маятника, в) момент силы, действующий на маятник?
23. Какая зависимость лежит в основе динамического метода измерения момента инерции J ?
24. Какие величины определяют наклон прямой на графике $\epsilon = f(M)$?
25. Как в работе изменяют момент силы?

26. Какие величины в работе измеряют для определения величин ε и M ?

27. Как можно изменять момент инерции маятника в данной работе?

Лабораторная работа № 7. Измерение вязкости жидкости методом Стокса

Цель работы: измерение коэффициента внутреннего трения методом Стокса.

Оборудование

- трубка с жидкостью
- электромагнит
- основание с датчиками
- измерительный блок L-микро
- стальной шарик
- блок питания

Сила сопротивления F_C , действующая со стороны жидкости на медленно движущееся в ней тело шарообразной формы, выражается формулой Стокса:

$$F_C = 6\pi\eta Rv, \quad (7.1)$$

где R – радиус тела; v – его скорость, а η – динамическая вязкость жидкости (измеряется в (Па·с) или в кг/(с·м)). На применении этой формулы основывается метод измерения динамической вязкости, называемый методом Стокса. При определении вязкости по методу Стокса измеряется скорость установившегося (равномерного) падения небольшого шарика в жидкости.

На шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют три силы (рис. 7.1) – сила тяжести P , направленная вниз, выталкивающая сила – сила Архимеда F_A , направленная вверх, и сила сопротивления F_C , направленная против движения, т.е. тоже вверх.

Если опустить шарик в жидкость, то вначале он будет двигаться ускоренно, т.к. $P > F_A + F_C$. Сила сопротивления F_C будет расти согласно формуле Стокса до тех пор, пока не наступит равновесие сил:

$$P = F_A + F_C. \quad (7.2)$$

С этого момента движение шарика будет равномерным. Из уравнения (7.2) и определяется коэффициент вязкости.

Силу тяжести находим по объему V и плотности $\rho_{\text{ш}}$ металлического шарика:

$$P = mg = \rho_{\text{ш}} Vg = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{ш}} g. \quad (7.3)$$

Силу Архимеда определяем по объему шарика и плотности жидкости ρ :

$$F_A = \rho Vg = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g. \quad (7.4)$$

Подставляя в (7.2) выражения (7.1), (7.3), (7.4), получим:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho g + 6\pi\eta Rv = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{ш}} g. \quad (7.5)$$

Решение уравнения (7.5) относительно η дает расчетную формулу:

$$\eta = \frac{2R^2 g (\rho_{\text{ш}} - \rho) t}{9l}. \quad (7.6)$$

В лабораторной работе измеряется время движения шарика между датчиками. Движение шарика на этом участке равномерное. На основе полученных данных рассчитывается скорость шарика v в жидкости. Величины R , $\rho_{\text{ш}}$ и ρ даны в табл. 7.2.

Для проведения измерений используется установка, в которой шарик движется внутри вертикально установленной заполненной жидкостью трубки. Запуск шарика осуществляется электромагнитом, собранным на пробке, которой закрыта трубка, а для измерения скорости используются оптические датчики, выполненные на основе светодиодов. Свет излучателя датчика проходит через трубку в поперечном направлении и в момент прохождения шарика перекрывается им, т.е. перестает попадать на приемник излучения. На экране компьютера это отражается в виде изменения (уменьшения) уровня сигнала, поступающего от датчика.

В установке используется два оптических датчика (1 и 2, рис. 7.2), установленных на верхней и нижней печатных платах, находящихся внутри основания (печатные платы, излучатели и приемники излучения хорошо видны через прозрачную цилиндрическую стенку основания). Один из светодиодов работает в качестве излучателя света, а второй – в качестве приемника излучения. Обратите

внимание (после подключения датчиков к измерительному блоку), что излучатели верхнего и нижнего датчиков направлены навстречу друг другу. Это позволяет избежать засветки приемников излучения светом от «чужого» излучателя. Проходя мимо датчика, шарик перекрывает луч, попадающий на приемник излучения, и это позволяет измерить на экране промежутки времени, в течение которого шарик двигался от одного датчика до другого.

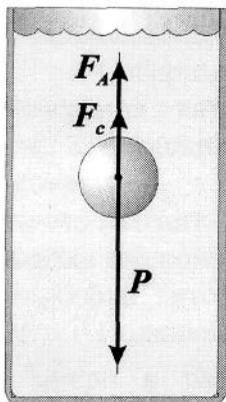


Рис. 7.1. Шарик в вязкой жидкости

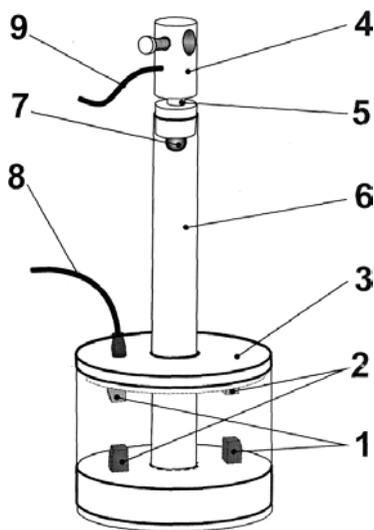


Рис. 7.2. Схема установки

Порядок выполнения работы

1. Соберите установку для измерения вязкости как показано на рис. 7.2. Вставьте трубку с жидкостью *б* в отверстие корпуса *3*. Катушку электромагнита *4* установите на металлическом стержне *5*, выходящем из пробки, которой закрыта трубка *б*.

2. Подключите измерительный блок L-микро к разьему последовательного порта компьютера и включите его в сеть (220 В, 50 Гц).

3. В соответствии со схемой, приведенной на рис. 7.3, девятиштырьковый разъем кабеля электромагнита *9* подсоедините к третьему каналу измерительного блока, а на два штекера этого кабеля подайте постоянное напряжение 6–9 В от блока питания.

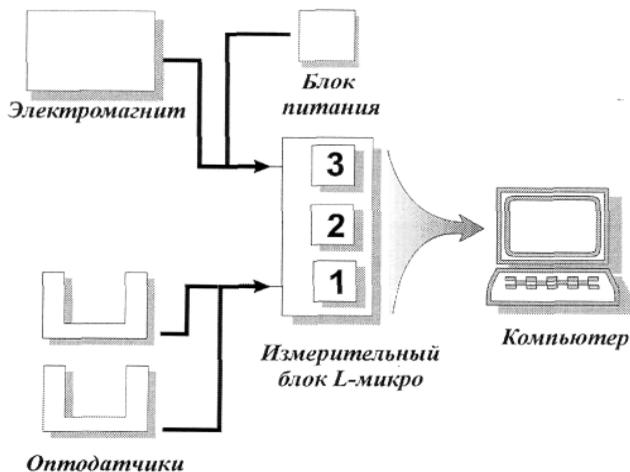


Рис. 7.3. Схема подключения установки

4. В первый разъем измерительного блока включите кабель оптических датчиков (8, рис. 7.2). Включите измерительный блок L-микро.

5. Запустите программу «L-физика-практикум», выберите пункт меню «Выбор работы» и в появившемся на экране списке выберите лабораторную работу «Измерение вязкости жидкости методом Стокса».

6. Нажмите на экранную кнопку «Проведение измерений». При этом будет подано напряжение питания на электромагнит.

7. Поднимите трубку с жидкостью и, придерживая электромагнит пускового устройства, переверните ее для того, чтобы шарик опустился вниз и «прилип» к электромагниту. Вставьте трубку обратно в основание.

8. Произведите запуск, нажав кнопку «Пуск» на экране компьютера (при этом питание удерживающего шар электромагнита будет отключено, и шарик начнет движение в жидкости).

9. Пользуясь курсором, определите время движения шарика между датчиками. Для этого подведите указатель мышки к точке, примерно соответствующей середине переднего фронта изменения сигнала от первого датчика и щелкните левой клавишей. На экране возникнет вертикальная желтая линия, проходящая через выбран-

ную вами точку, а в правом нижнем углу экрана будет показано время в миллисекундах, соответствующее этой точке (рис 7.4). Запишите это значение времени в строку t_1 табл. 7.1. После этого аналогичным образом определите и внесите в таблицу (строка t_2) время, соответствующее середине переднего фронта изменения сигнала на втором датчике.

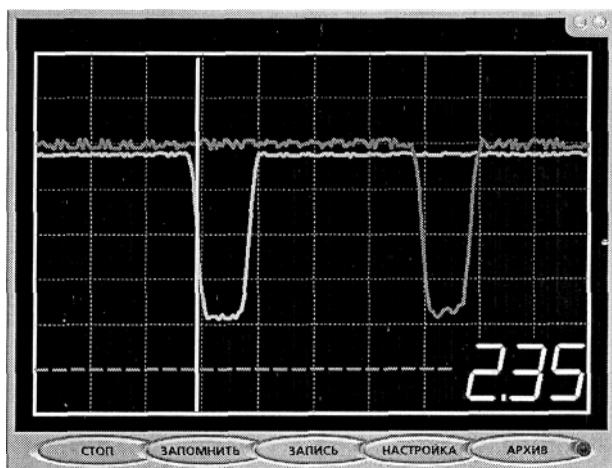


Рис. 7.4. Показания датчиков на экране компьютера

10. Проведите опыт пять раз, повторяя пункты 2–4. Питание электромагнита включается автоматически после завершения очередной записи данных.

11. Вычислите усредненное значение времени движения шарика между оптическими датчиками $t_{\text{ср}}$ и внесите его в табл. 7.1. В табл. 7.2 рассчитайте скорость шарика и определите вязкость жидкости на основании расчетной формулы и приведенных там параметров установки.

12. Рассчитайте среднеквадратичное отклонение времени движения шарика между датчиками по формуле:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{\text{ср}})^2}{n - 1}}, \quad (7.7)$$

t_i – время пролета шарика между датчиками в i -м эксперименте;
 n – общее число экспериментов.

13. Вычислите погрешность определения вязкости и внесите полученное значение в табл. 7.2.

$$\Delta\eta = \frac{2R^2 g(\rho_m - \rho)}{9l} \Delta t = \eta(\Delta t / t). \quad (7.8)$$

Таблица 7.1. Расчет времени движения шарика между датчиками

Время движения шарика, с					t_{cp} , с	Δt_{cp} , с
t_1 , с						
t_2 , с						
$t = t_2 - t_1$						

Таблица 7.2. Расчет коэффициента вязкости жидкости

R , м	ρ , кг/м ³	ρ_m , кг/м ³	l , м	V_{cp} , м/с	η , кг/(м·с)	$\Delta\eta$, кг/(м·с)
0.005	$1.26 \cdot 10^3$	$7.8 \cdot 10^3$	0.045			

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микро можно только после его подключения к разъему последовательного порта компьютера.

Осторожно обращаться со стеклянной трубкой. Переворачивать ее необходимо на минимальной высоте над столом.

Контрольные вопросы

1. Что такое вязкость? В каких единицах она измеряется?
2. Каков физический смысл коэффициента динамической вязкости?
3. От чего зависит вязкость?
4. В чем заключается метод Стокса определения вязкости.
5. Запишите формулу для определения силы сопротивления движению шара в жидкости.
6. Получите самостоятельно формулу (7.8).
7. Изобразите на графике вид зависимости скорости шарика от времени и пути от времени.

Лабораторная работа № 8. Коэффициент теплопроводности воздуха

Цель работы: измерение коэффициента теплопроводности воздуха.

Оборудование:

- штатив
- прибор для измерения теплопроводности воздуха
- измерительный блок L-микро
- блок питания
- стальная пластина
- резистор 22 Ом

Явление теплопроводности состоит в возникновении направленного переноса внутренней энергии в газообразных, жидких и твердых телах при наличии в них пространственных неоднородностей температуры. В стационарном одномерном случае явление теплопроводности описывается уравнением Фурье, которое имеет вид:

$$q_e = -k \frac{dT}{dx}. \quad (8.1)$$

Здесь q_e – удельный тепловой поток – физическая величина, равная количеству теплоты, переносимой через единичную площадку ΔS , перпендикулярную направлению движения тепла за единицу времени Δt :

$$q_e = \frac{\Delta Q}{\Delta S \cdot \Delta t}, \quad (8.2)$$

где k – коэффициент теплопроводности; dT/dx – градиент температуры – изменение температуры вдоль направления потока тепла.

В данной лабораторной работе определение коэффициента теплопроводности воздуха производится методом нагреваемой нити. Измерения проводятся при помощи специального прибора, схема которого показана на рис. 8.1. Прибор представляет собой два коаксиальных стеклянных цилиндра 1 и 2, которые закрыты с торцов теплоизолирующими и электроизолирующими пробками 3 и 4. Через эти пробки во внутренний цилиндр проведена проводочная нить 5, которая нагревается электрическим током. В результате передачи тепла во внешнее пространство температуры цилин-

дров T_1 и T_2 – разные. При этом имеется в виду внешняя поверхность внутреннего и внутренняя поверхность внешнего цилиндров. Чтобы исключить передачу тепла за счет конвекции, цилиндры располагают вертикально, для этой же цели предназначены пробки 3 и 4. Измерение разности температур производится дифференциальной термопарой хромель-копель 7.

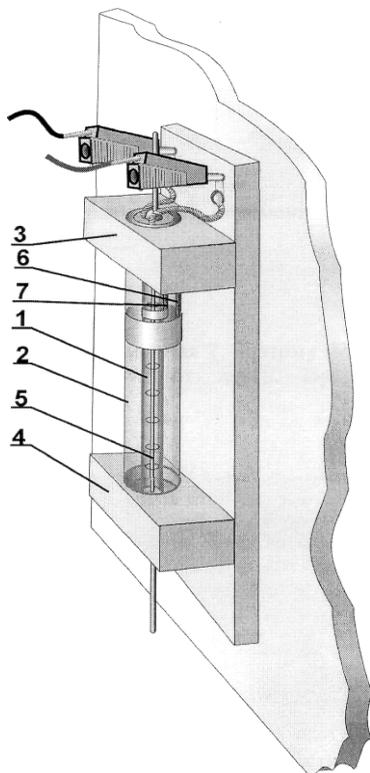


Рис. 8.1. Схема установки

Для вывода расчетной формулы используем уравнение Фурье (8.1) и учтем, что передача теплоты происходит не от плоскости к плоскости вдоль одной пространственной координаты декартовой системы координат, а от одной цилиндрической поверхности к другой, т. е. вдоль радиуса цилиндров:

$$q_e = -k \frac{dT}{dr}. \quad (8.3)$$

В приборе, который используется в данной лабораторной работе, перенос теплоты за счет теплопроводности осуществляется между двумя коаксиальными цилиндрами с радиусами r_1 и r_2 и высотой h . Температуры цилиндров в установившемся режиме T_1 и T_2 . Передача теплоты от внутреннего цилиндра к внешнему может происходить за счет трех процессов – теплопроводности, конвекции и лучеиспускания. Уравнение Фурье относится только к процессу теплопроводности, конвекция исключена принятыми мерами – вертикальное расположение цилиндров и теплоизолирующие пробки на их торцах. Теплоотдачу за счет лучеиспускания учитывать не нужно, т.к. температура внутреннего цилиндра не превышает 100°C .

Количество теплоты Q , стекшее с цилиндра r_1 в единицу времени и попавшее на цилиндр r_2 , целиком пройдет через любую цилиндрическую поверхность радиуса r . Иными словами, полный тепловой поток *не зависит* от радиуса цилиндрической поверхности. Его можно определить как произведение удельного теплового потока при данном значении радиуса r на площадь поверхности соответствующего радиуса $S = 2\pi rh$:

$$Q_T = q_e 2\pi rh. \quad (8.4)$$

Умножим левую и правую части уравнения (8.3) на $2\pi rh$:

$$2\pi rh q_e = -2\pi rh \cdot k \frac{dT}{dr}$$

или

$$Q_T = -2\pi rh \cdot k \frac{dT}{dr}. \quad (8.5)$$

Это дифференциальное уравнение можно решить методом разделения переменных. Для этого умножим левую и правую части (8.5) на dr/r :

$$Q_T \frac{dr}{r} = -2\pi h k \cdot dT. \quad (8.6)$$

В левой части (8.6) – только переменная r , а в правой – только переменная T , поэтому можно проинтегрировать левую и правую части независимо друг от друга. Пределы интегрирования в левой части – r_1 и r_2 , а в правой – T_1 и T_2 :

$$Q_T \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -2\pi h k \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (8.7)$$

Взяв интегралы, получаем:

$$Q_T (\ln r_2 - \ln r_1) = -2\pi h k (T_2 - T_1). \quad (8.8)$$

Отсюда для Q_T получаем:

$$Q_T = 2\pi h k (T_1 - T_2) \frac{1}{\ln(r_2 / r_1)}. \quad (8.9)$$

Это и есть тепловой поток от первого цилиндра ко второму за счет теплопроводности. Он должен равняться тепловой мощности, которая выделяется во внутреннем цилиндре за счет нагревания проволочной нити электрическим током $Q = Q_T$ или, подставляя значения входящих сюда величин,

$$I \cdot U = -2\pi h \cdot k \cdot (T_2 - T_1) \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (8.10)$$

Это уравнение полного баланса энергии. Из него найдем коэффициент теплопроводности воздуха:

$$k = \frac{-I \cdot U \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi h (T_2 - T_1)}. \quad (8.11)$$

В данной работе используется дифференциальная термопара, которая измеряет разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$. Расчетная формула при этом записывается в виде:

$$k = \frac{I \cdot U \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi h \Delta T}. \quad (8.12)$$

Значения I и U , так же как и ΔT , измеряются компьютерной измерительной системой, а величины r_1 и r_2 приведены в табл. 8.1.

Порядок выполнения работы

1. Разместите прибор для измерения коэффициента теплопроводности воздуха на стальной пластине, закрепленной в штативе, так, чтобы стеклянные цилиндры располагались вертикально (рис. 8.2).

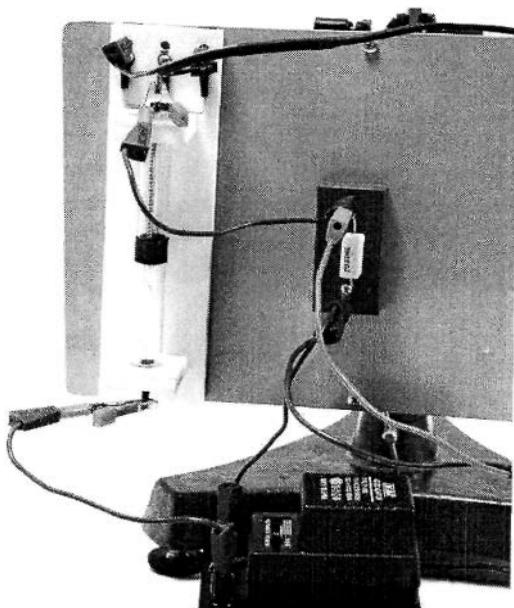


Рис. 8.2. Вид установки

2. Подключите измерительный блок L-микро к разьему последовательного порта компьютера и к сети (220 В, 50 Гц) (рис. 8.3).

3. В первый разъем измерительного блока подключите кабель с усилителем (на разьеме этого кабеля имеется метка – буква «У»). Другой конец этого кабеля подключите к выводам термопарных датчиков (крайние клеммы). При этом термопарные датчики вклю-

чаются навстречу друг другу, и измеряемое значение температуры соответствует разности температур стенок цилиндров. Если во время измерений получится отрицательное значение разности температур, то следует поменять местами одноштырьковые разъемы, подключенные к установке.

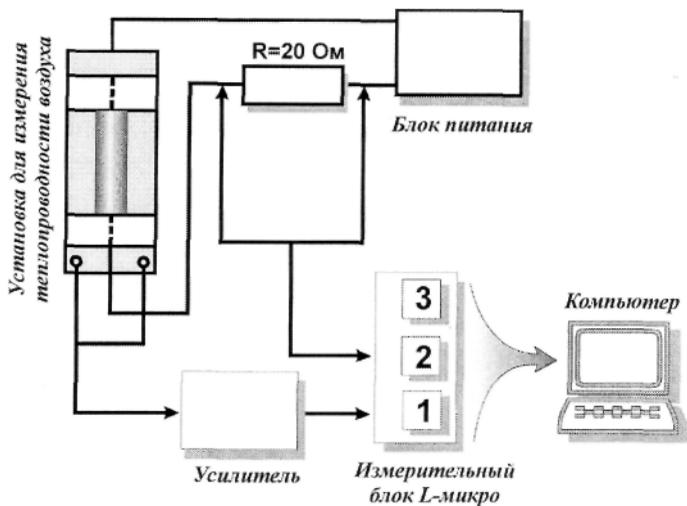


Рис. 8.3. Схема подключения установки

4. Соберите цепь нагревателя (см. рис. 8.3), подключив его к блоку питания через резистор сопротивлением 22 Ом. Блок питания следует переключить на напряжение 12 В. Для присоединения проводов к выводам нагревателя воспользуйтесь зажимами «крокодил».

5. Подключите ко второму разъему измерительного блока кабель для измерения напряжений на элементах схемы. Одноштырьковые разъемы кабеля подключаются на клеммы резистора R .

6. Запустите программу «L-физика-практикум», выберите пункт меню «Выбор работы» и в появившемся на экране списке выберите лабораторную работу «Измерение теплопроводности воздуха».

7. Нажмите кнопку «Проведение измерений» для перехода к измерениям.

8. Нажмите кнопку «Пуск» для начала регистрации данных.

9. Включите блок питания в сеть и наблюдайте рост разности температур поверхностей цилиндров на экране компьютера. Значение разности температур можно увидеть в верхнем правом углу экрана. Как только значение ΔT перестанет изменяться (достижение стационарного режима теплопередачи), вы можете внести разность температур в таблицу.

10. Внесите в таблицу значение напряжения, измеряемое на резисторе R .

11. Отключите одноштырьковые разъемы измерительного кабеля от выводов резистора R и подключите их к нагревательному элементу. Измерьте напряжение на нагревателе. Впишите в таблицу полученное значение.

Расчет коэффициента теплопроводности воздуха

r_1 , м	r_2 , м	h , м	R , Ом	ΔT , град	U_R , В	U , В	I , А	k , Вт/(м · град)
0.002	0.006							

Обозначения, принятые в таблице:

r_1 – радиус внутреннего цилиндра;

r_2 – радиус внешнего цилиндра;

h – длина участка нагрева;

R – сопротивление резистора, включенного в цепь нагревателя для измерения тока;

ΔT – стационарное значение разности температур;

U_R – падение напряжения на резисторе R ;

U – напряжение на нагревателе;

I – сила тока в цепи нагревателя;

k – коэффициент теплопроводности.

12. Рассчитайте силу тока в цепи нагревателя на основе закона Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U_R}{R}.$$

13. Рассчитайте значение коэффициента теплопроводности воздуха, используя параметры установки и полученные данные.

Указания по технике безопасности

Включать в сеть измерительный блок L-микро можно только после его подключения к разьему последовательного порта компьютера.

Осторожно обращаться с прибором, изготовленным на основе стеклянных трубок.

Контрольные вопросы

1. Что такое температура? В каких единицах она измеряется?
2. Что такое теплота? В каких единицах она измеряется?
3. Что такое теплоемкость? В каких единицах она измеряется?
4. Что такое теплопроводность? В каких единицах она измеряется?
5. Объясните физическую сущность закона Фурье.
6. С какой целью стеклянные цилиндры в установке располагают вертикально?

Список литературы

1. Иверонова, В. И. Физический практикум. Механика и молекулярная физика / В.И. Иверонова ; под ред. В.И. Ивероновой. – Москва : Наука, гл. ред. ф.-м. лит., 1967.
2. Методические указания к обработке результатов лабораторных измерений / сост. Т.П. Привалова. – Челябинск : ЧПИ, 1982. – 49 с.
3. Механика. Молекулярная физика : рабочая тетрадь по физике для лабораторных работ. – Челябинск : Изд-во ЮУрГУ, 2005. – 94 с.
4. Трофимова, Т. И. Курс физики. – Москва : Высш. шк., 1994. – 542 с.
5. Савельев, И. В. Курс общей физики : в 4-х томах. Т. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие / И.В. Савельев ; под общ. ред. В.И. Савельева. – Москва : КНОРУС, 2009. – 528 с.

Содержание

Введение	3
Лабораторная работа № 1 Упругие соударение шаров и закон сохранения энергии	19
Лабораторная работа № 2 Движение по наклонной плоскости	27
Лабораторная работа № 3 Математический и физический оборотный маятники. Измерение ускорения свободного падения с их помощью.	38
Лабораторная работа № 4 Изучение закона сохранения момента импульса	46
Лабораторная работа № 5 Измерение момента инерции диска. Маятник Максвелла	54
Лабораторная работа № 6 Изучение законов динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека	62
Лабораторная работа № 7 Измерение вязкости жидкости методом Стокса	72
Лабораторная работа № 8 Коэффициент теплопроводности воздуха	78
Список литературы	86

Учебное издание

Кривцов Павел Николаевич
Куликов Андрей Владимирович
Масликов Александр Альбертович
Сытин Александр Николаевич

Общий физический практикум: механика

ПРАКТИКУМ

Редактор Ю. С. Цепилова
Технический редактор Ю. С. Цепилова
Компьютерная верстка Ю. С. Цепилова
Корректор Ю. С. Цепилова

Подписано в печать 02.11.2022. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 5,15.
Тираж 40 экз. Заказ № 15.

ФГБОУ ВО «Университет «Дубна»
141980, г. Дубна Московской обл., ул. Университетская, 19