

Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Университет «Дубна»
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»
Кафедра общеобразовательных дисциплин



УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала «Протвино»

А.А. Евсиков

« 29 » 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

код, наименование

Уровень высшего образования

бакалавриат

бакалавриат, магистратура, специалитет

Направленность (профиль) образовательной программы

«Автоматизация технологических процессов и производств»

Форма обучения

очная

очная, очно-заочная, заочная

Протвино, 2022г.

Преподаватель:

Куликов А.В., доцент, к.ф.-м.н., кафедра общеобразовательных дисциплин

Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки высшего образования

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин

(название кафедры)

Протокол заседания № 5 от «28» июня 2022 г.

Заведующий кафедрой

(Фамилия И.О., подпись)

/А.Н. Сытин/

СОГЛАСОВАНО

Заведующий выпускающей кафедрой

Маков П.В.

(Фамилия И.О., подпись)

«29» июня 2022г.

Эксперт

(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине	4
4. Объем дисциплины.....	5
5. Содержание дисциплины.....	6
6. Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины	8
7. Фонды оценочных средств по дисциплине	8
8. Ресурсное обеспечение.....	9
Приложение к рабочей программе дисциплины	13

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» имеет целью сформировать у обучающихся универсальную УК-1 компетенцию в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» с учетом направленности бакалаврской программы – «Автоматизация технологических процессов и производств».

Изучая дисциплину, студенты **получают навыки** в самостоятельном анализе эмпирической информации, естественнонаучном понимании окружающего мира.

Задачи дисциплины заключаются в изучении студентами основных понятий теории вероятностей и математической статистики и получении навыков содержательной интерпретации результатов наблюдений; умения применять полученные знания в профессиональной деятельности. Курс призван обеспечить общеобразовательную теоретическую подготовку студентов к практической работе в различных областях науки и техники, связанных с обработкой и анализом эмпирической информации.

Специфика курса учитывает особенности информационных технологий для студентов с ограниченными возможностями здоровья. Преподавание данного курса происходит с использованием адаптированной компьютерной техники.

Объектами профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются:

- физические, экономические, социальные процессы и явления, обработка и анализ данных в различных областях науки и производства.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» Б1.В.02 относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной дисциплиной.

Дисциплина преподаётся в 3-м семестре 2-го курса.

Приступая к изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», студент должен иметь знания и навыки по дисциплинам: «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» и «Математический анализ».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Формируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенции (код и формулировка)	Планируемые результаты обучения по дисциплинам (модулям), практикам
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Знать специфику логических методов анализа и синтеза
		Уметь применять системный подход для анализа и решения поставленных задач
	УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Уметь определять и ранжировать необходимую для решения поставленной задачи информацию
	УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	Уметь осуществлять поиск информации по различным типам запросов

4. Объём дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 академических часов.

5. Содержание дисциплины
очная форма обучения

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (академ. часы)	в том числе:						
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) ¹						Самостоятельная работа обучающегося
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	КРП*	...	Всего	
3-й семестр								
Раздел 1. Случайные события	18	6	6				12	6
Раздел 2. Случайные величины	18	6	6				12	6
Раздел 3. Системы случайных величин	16	4	4				8	8
Раздел 4. Предельные теоремы теории вероятностей	6	2	2				4	2
Раздел 5. Статистическая обработка результатов наблюдений	24	8	8				16	8
Раздел 6. Проверка статистических гипотез	14	4	4				8	6
Раздел 7. Случайные процессы	12	4	4				8	4
Промежуточная аттестация: - дифференцированный зачёт	X	X						
Итого по дисциплине	108	34	34				68	40

¹ Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела
1	2	3
1	Случайные события	Алгебра случайных событий. Введение. Предмет теории вероятностей. Определение случайного события. Пространство элементарных событий. Вероятность. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Конечное вероятностное пространство. Комбинаторика. Основные формулы теории вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Распределение Бернулли. Схема Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра–Лапласа.
2	Случайные величины	Законы распределения случайных величин (СВ). Определение СВ. Дискретные СВ. Функция распределения СВ и ее свойства. Непрерывные СВ. Плотность распределения вероятности непрерывной СВ и её свойства. Числовые характеристики СВ. Основные распределения СВ. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона. Показательный закон распределения. Равномерное распределение. Нормальное распределение и его свойства.
3	Системы случайных величин	Системы случайных величин. Функция распределения двумерной СВ и её свойства. Плотность вероятности двумерной СВ и её свойства. Зависимые и независимые СВ. Числовые характеристики двумерной СВ. Условные законы распределения двумерной СВ. Функции регрессии. Стохастическая зависимость СВ как альтернатива функциональной зависимости. Двухмерное нормальное распределение Функции случайных величин. Распределение монотонной функции случайной величины. Характеристические функции и их свойства. Распределения функций нормальных случайных величин: χ^2 Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора.
4	Предельные теоремы теории вероятностей	Законы больших чисел. Неравенство Чебышёва, сходимость по вероятности. Теоремы Бернулли и Чебышева. Особая роль нормального распределения: центральная предельная теорема.
5	Статистическая обработка результатов наблюдений	Первичная обработка результатов измерений. Метод статистических испытаний. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Выборочные характеристики. Эмпирическая функция распределения и гистограмма как оценки функции распределения и плотности вероятности. Статистические оценки параметров распределений. Качество статистических оценок: несмещенность, эффективность, состоятельность. Метод моментов. Принцип максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Функции регрессии как спо-

		соб описания стохастической зависимости СВ. Кривые регрессии, их свойства. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Интервальные оценки случайных величин. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Определение необходимого объема выборки.
6	Проверка статистических гипотез	Проверка гипотез. Статистическая гипотеза. Критерий проверки статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го родов. Уровень значимости, мощность критерия. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотез о равенстве долей и средних. Критерии Стьюдента, Фишера–Снедекора, Пирсона. Критериях проверки непараметрических гипотез. . Критерии Колмогорова и χ^2 Пирсона. Проверка значимости коэффициентов регрессии.
7	Случайные процессы	Случайные процессы. Определение случайного процесса. Конечномерный закон и статистические характеристики случайных процессов. Стационарное распределение. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Стационарный случайный процесс. Белый шум. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Уравнение Колмогорова для предельных вероятностей. Предельная теорема.

При реализации дисциплины (модуля) организуется практическая подготовка путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка при изучении дисциплины реализуется непосредственно в филиале.

6. Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины

Примеры контрольных заданий для самостоятельной работы студентов и график их выполнения представлены в приложении к рабочей программе «Фонды оценочных средств».

Перечень методических материалов по дисциплине (модулю) и образовательной программе в целом представлены на официальном сайте образовательной организации (раздел «Сведения об образовательной организации» – Образование – Образовательные программы).

7. Фонды оценочных средств по дисциплине

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы по дисциплине разработаны фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения (знания, умения, навыки) и сформированные (формируемые) компетенции.

Эти фонды включают теоретические вопросы, типовые практические задания, контрольные работы, домашние работы и иные оценочные материалы, используемые при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются оценочными материалами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

8. Ресурсное обеспечение

8.1 Перечень литературы

Основная учебная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов. - 7-е изд., стереотип. - М.: ВШ., 2001. - 479 с.
2. Ивашев-Мусатов, О. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / О. С. Ивашев-Мусатов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 224 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01359-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469372> (дата обращения: 29.04.2022). — Режим доступа: по подписке.
3. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений : учебник и практикум для вузов / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 399 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02662-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489333> (дата обращения: 29.04.2022). — Режим доступа: по подписке.

Дополнительная учебная литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для вузов. -Изд. 5-е, стер. - М.: ВШ., - 2002. - 400 с.:ил.
2. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: учебное пособие / П.Н. Сапожников, А.А. Макаров, М.В. Радионова. — Москва : КУРС: ИНФРА-М, 2022. — 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036516> (дата обращения: 29.04.2022). — Режим доступа: по подписке.
3. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 9-е изд., стер. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 432 с. - ISBN 978-5-394-03710-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091871> (дата обращения: 29.04.2022). — Режим доступа: по подписке.

Периодические издания

1. **Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика:** научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. Чубариков В.Н. — М.: ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова — Журнал выходит 6 раз в год. - Основан в 1960 году. - ISSN 0579-9368. — Текст : электронный. Полные электронные версии статей журнала до-

ступны по подписке в «East View»:

<https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>

2. **Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия:** научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. д.ф.- м.н., проф. Сысоев Н.Н. – М. ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова. – Журнал выходит 6 раз в год. – Журнал основан в 1960 году. - ISSN 0579-9392. – Текст : электронный. Полные электронные версии статей журнала доступны по подписке в «East View»:
<https://dlib.eastview.com/browse/publication/9085/udb/890>
3. Успехи математических наук / Учредители Российская академия наук, Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук; гл. ред. Новиков С. П. - М.: Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук; Год основания 1936 г. Сайт журнала <http://www.mathnet.ru/umn>

Профессиональные ресурсы Интернет

1. ЭБС «Znaniy.com»: <https://znaniy.com/>
2. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://urait.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <https://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (ПУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: <http://elibrary.ru>
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.пф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>
8. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
9. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций. <https://scholar.google.ru/>
10. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
11. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>

Научные поисковые системы

1. **Math-Net.Ru** - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
2. **Google Scholar** - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
3. **SciGuide** - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
4. **ArXiv.org** - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
5. **WorldWideScience.org** - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. <http://worldwidescience.org/>

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости)

Проведение лекционных занятий предполагает использование комплектов слайдов и программных презентаций по рассматриваемым темам.

Для выполнения заданий самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечиваются литературой, а также в определённом порядке могут получать доступ к информационным ресурсам Интернета.

Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open office, свободная лицензия, код доступа не требуется).

В филиале «Протвино» государственного университета «Дубна» созданы условия для обучения людей с ограниченными возможностями: использование специальных образовательных программ и методов обучения, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающим обучающимся необходимую техническую помощь, обеспечение доступа в здания организации.

Имеется универсальное средство для подъема и перемещения инвалидных колясок – пандус-платформа складной.

Компьютерные классы оборудованы столами для инвалидов с ДЦП, также здесь оборудованы рабочие места для лиц с ОВЗ: установлены специальный программно-технологический комплекс позволяющий работать на них студентам с нарушением опорно-двигательного аппарата, слабовидящим и слабослышащим. Имеются гарнитуры компактные, беспроводная клавиатура с большими кнопками, беспроводной компьютерный джойстик с двумя выносными кнопками, беспроводной ресивер, беспроводная выносная большая кнопка, портативное устройство для чтения печатных материалов.

Специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, в том числе в формате печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы) имеются в ЭБС, на которые подписан филиал.

Наличие на сайте справочной информации о расписании учебных занятий в адаптированной форме доступной для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, являющихся слепыми или слабовидящими.

8.3 Описание материально-технической базы

Компьютерный класс (15 ПК) (оборудование в собственности).

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья могут использовать специализированное программное и материально-техническое обеспечение:

- обучающиеся с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости могут использовать адаптивные технические средства: специально оборудованные джойстики, увеличенные выносные кнопки, клавиатуры с большими клавишами.
- обучающиеся с ограничениями по зрению могут прослушать доступный аудиоматериал или прочитать тексты, увеличив шрифт на экране монитора компьютера. Рекомендуется использовать экранную лупу и другие визуальные вспомогательные средства, чтобы изменить шрифт текста, межстрочный интервал, синхронизацию с речью и т.д., программы экранного доступа (скринридеры для прочтения текстовой информации через синтезированную речь) и/или включить функцию «экранного диктора» на персональном компьютере с операционной системой Windows 7, 8, 10.
- обучающиеся с ограничениями по слуху могут воспользоваться компьютерной аудиогарнитурой при прослушивании необходимой информации и портативной индукционной системой серии «ИСТОК».

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами (образовательная программа, учебные пособия и др.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Фонды оценочных средств

В результате освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» программы бакалавров по направлению подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» с учетом направленности бакалаврской программы – «Автоматизация технологических процессов и производств» выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Компетенция **УК-1**. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

код и формулировка компетенции

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания

ИНДИКАТОР ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ (код и наименование)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по практике ШКАЛА оценивания				
	1	2	3	4	5
УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Отсутствие знания	Не знает или знает слабо специфику логических методов анализа и синтеза Допускает множественные грубые ошибки	Удовлетворительно знает специфику логических методов анализа и синтеза Допускает достаточно серьезные ошибки.	Хорошо знает специфику логических методов анализа и синтеза Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное знание специфики логических методов анализа и синтеза Не допускает ошибок
	Отсутствие умения	Демонстрирует частичное умение применять системный подход для анализа и решения поставленных задач Допускает множественные грубые ошибки.	Демонстрирует достаточно устойчивое умение применять системный подход для анализа и решения поставленных задач Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует устойчивое умение применять системный подход для анализа и решения поставленных задач Не допускает ошибок.	Демонстрирует свободное и уверенное умение применять системный подход для анализа и решения поставленных задач Не допускает ошибок.
УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Отсутствие умения	Демонстрирует частичное умение определять и ранжировать необходимую для решения поставленной задачи информацию	Демонстрирует достаточно устойчивое умение определять и ранжировать необходимую для решения поставленной задачи информацию	Демонстрирует устойчивое умение определять и ранжировать необходимую для решения поставленной задачи информацию	Демонстрирует свободное и уверенное умение определять и ранжировать необходимую для решения поставленной задачи информацию .

		Допускает множественные грубые ошибки.	Допускает отдельные негрубые ошибки.	Не допускает ошибок.	Не допускает ошибок.
УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	Отсутствие умения	Демонстрирует частичное осуществлять поиск информации по различным типам запросов Допускает множественные грубые ошибки.	Демонстрирует достаточно устойчивое умение осуществлять поиск информации по различным типам запросов Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует устойчивое умение осуществлять поиск информации по различным типам запросов Не допускает ошибок.	Демонстрирует свободное и уверенное умение осуществлять поиск информации по различным типам запросов. Не допускает ошибок.

- Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с «Положением балльно-рейтинговой системе оценки и текущем контроле успеваемости студентов», а также «Положением о промежуточной аттестации» университета «Дубна».
- При балльно-рейтинговой системе все знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины, оцениваются в баллах.
- Оценка качества работы в рейтинговой системе является накопительной и используется для оценивания системной работы студентов в течение всего периода обучения.
- Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

График выполнения самостоятельных работ студентами

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2.1	ВЗ								ЗЗ								
ПР-2.2									ВЗ								ЗЗ

ВЗ – выдача задания

ЗЗ – защита задания

ПР-2 – учебные задачи

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Темы контрольных работ ПР-2

Темы	Число задач	Число вариантов
ПР-2.1. «Случайные события и случайные величины»		
Комбинаторика	3	30

Случайные события. Вероятность	12	30
Случайные величины	14	30
ПР-2.2 «Первичная обработка и анализ экспериментальных данных»		
Оценки параметров, МНК	7	30
Проверка гипотез	4	30

Примеры учебных задач (ПР-2.1)

Задача 1.1

Сколькими способами можно выбрать путь из начала координат $O(0,0)$ в точку $B(n_1, n_2)$, если каждый шаг равен 1, но его можно совершать только вправо или вверх? Сколько таких путей проходит через точку $A(k_1, k_2)$?

Задача 1.10

В течение времени $T = 1$ час событие B может произойти с вероятностью p . Оказалось, что в течение первых t мин. ($0 < t < T$) событие не произошло. Какова вероятность того, что событие не произойдет в оставшееся время?

Примеры учебных задач (ПР-2.2)

Задача 2.3

Вероятность события равна $P(A) = p$. Сколько необходимо сделать независимых опытов, чтобы с вероятностью γ можно было утверждать, что частота события в этой серии опытов будет отличаться от вероятности события не более чем на a в ту или другую сторону?

Задача 2.10

На шоссе между двумя городами расположены три автозаправочные станции. В течение часа на этих станциях заправились соответственно k_1 , k_2 и k_3 автомобилей. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ согласуется ли с этими данными предположение, что автозаправки одинаково популярны у автовладельцев?

- Итоговый контроль по дисциплине – дифференцированный зачёт.

В течение семестра студент может получить **100** рейтинговых баллов за следующие виды работ:

№	Вид работы	Сумма баллов
1	Аудиторные занятия (посещение)	25
1	Работа на практических занятиях	15
2	Выполнение домашних заданий	60
	Итого:	100

- По результатам работы в семестре студент может получить автоматическую оценку «удовлетворительно», «хорошо» или «отлично», набрав соответствующее количество баллов. При этом зачёт с оценкой может не сдаваться. При желании повысить свою оценку студент имеет право отказаться от автоматической оценки и сдать зачёт с оценкой. Студент, не набравший минимального количества баллов (51 балл), в обязательном порядке сдаёт зачёт с оценкой.

Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок зачёта

Общая сумма баллов за семестр	Итоговая оценка
86-100	Отлично
71-85	Хорошо
51-70	Удовлетворительно
0-50	Неудовлетворительно

Список вопросов к зачёту с оценкой

1. Комбинаторика. Вывести формулы для числа размещений и сочетаний – для схем с повторениями и без повторений (с возвращениями и без).
2. Определение случайного события. Пространство элементарных событий. Определения суммы, произведения и разности событий, противоположного события. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Вывод свойств вероятности из определений. Ограниченность классических определений вероятности.
4. Вероятностное пространство (Ω, S, P) . Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Описание конечного вероятностного пространства в аксиоматике Колмогорова.
5. Определение зависимых и независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Условные вероятности.
6. Теорема о вероятности суммы событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
7. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины, ее свойства и график.
8. Непрерывные случайные величины. Способы задания непрерывной случайной величины. Плотность вероятности и ее основные свойства.
9. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины и их свойства. Начальные и центральные моменты случайной величины; мода, медиана, квантили.
10. Схема Бернулли повторения испытаний. Вычисление вероятности m успехов в серии из n испытаний (биномиальное распределение). Числовые характеристики биномиального распределения. Предельные теоремы в схеме Бернулли (формулы Муавра–Лапласа).
11. Распределение Пуассона как предельный случай биномиального распределения. Числовые характеристики распределения Пуассона. Примеры пуассоновского потока событий.
12. Равномерное распределение. Параметры и числовые характеристики равномерного распределения. Связь равномерного распределения и геометрического определения вероятности.
13. Показательное распределение. Числовые характеристики показательного распределения. Функция надежности – вероятность безотказной работы прибора. Примеры.
14. Закон нормального распределения: плотность вероятности, функция распределения, их графики, смысл параметров a и σ . Правило 3-х сигм. Выражение вероятности попадания нормально распределенной случайной величины на заданный отрезок и квантилей нормального распределения через функцию Лапласа.
15. Найти функцию распределения и плотность вероятности случайной величины $Z = \varphi(X)$, если известна плотность вероятности $f_X(x)$. Написать выражения для математического ожидания и дисперсии случайной величины Z .
16. Системы случайных величин. Способы задания распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Законы распределения составляющих и их выражение через закон распределения системы двух дискретных случайных величин.
17. Функция распределения двумерной случайной величины. Свойства функции распределения двумерной случайной величины. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскание плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины.
18. Числовые характеристики двумерной случайной величины – математическое ожидание, дисперсия и ковариация. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
19. Определение зависимых и независимых случайных величин. Различие между понятиями функциональной и статистической зависимости случайных величин. Условные законы распределения. Функции регрессии.
20. Вычисление законов распределения (функции распределения) для суммы, разности, произведения и отношения системы двух случайных величин.
21. Функция распределения и многомерная плотность вероятности системы n случайных величин. Выражение для вероятности попадания случайного вектора в произвольную область. Выражение для закона распределения случайной величины $Z = \varphi(X_1, \dots, X_n)$.
22. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышёва. Закон больших чисел в форме Бернулли (о вероятности отклонения относительной частоты от вероятности в независимых испытаниях).
23. Формулировка центральной предельной теоремы. Вывод локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа как следствий центральной предельной теоремы.
24. Задачи математической статистики. Выборочный метод. Способы отбора и репрезентативность выборки. Первичная обработка выборочных данных. Статистический и вариационный ряды, многоугольник распределения и гистограмма. Виды гистограмм.
25. Формулировка задачи о статистической оценке параметров распределения. Определения несмещённой, состоятельной и эффективной оценки.

26. Статистическая вероятность (относительная частота) события как оценка вероятности события (доказать несмещённость и состоятельность оценки). Эмпирическая функция распределения как оценка функции распределения случайной величины и ее свойства (доказать несмещённость и состоятельность).
27. Выборочное среднее как оценка математического ожидания случайной величины (доказать состоятельность и несмещённость). Выборочная дисперсия как оценка дисперсии случайной величины (доказать состоятельность и смещённость оценки). Исправленная оценка дисперсии.
28. Оценка параметров распределения случайной величины методом моментов. Формулы для вычисления эмпирических моментов. Оценка параметров нормального распределения методом моментов. Оценка параметра распределения Пуассона методом моментов.
29. Оценка параметров распределения случайной величины методом максимального правдоподобия. Оценка параметров распределения Пуассона методом максимального правдоподобия. Оценка параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия.
30. Связь метода максимального правдоподобия и метода наименьших квадратов (МНК). Применение МНК для исследования функциональной и статистической зависимостей случайных величин. Уравнения линейной регрессии и их решение.
31. Оценка параметров распределений методом доверительных интервалов. Надежность оценки. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины – рассмотреть случаи, когда дисперсия известна и когда неизвестна. Доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения.
32. Статистическая проверка гипотез: постановка задачи. Основная и конкурирующая гипотезы, ошибки 1-го и 2-го родов. Статистический критерий, уровень значимости, критические области. Мощность критерия. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
33. Проверка гипотезы о значении математического ожидания нормально распределенной совокупности с известной /неизвестной дисперсией. Проверка гипотезы о значении дисперсии нормально распределенной совокупности.
34. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей. Проверка гипотезы о значимости линейной регрессии.
35. Проверка гипотезы о согласии эмпирического и теоретического распределений: постановка задачи. Схема применения χ^2 -критерия Пирсона. Схема применения критерия Колмогорова.
36. Определение и основные характеристики случайного процесса – конечномерные функции распределения, математическое ожидание, корреляционные функции. Спектральная плотность и белый шум.
37. Конечные однородные цепи Маркова. Матрицы перехода за один и k шагов, их свойства. Уравнения Колмогорова. Вычисление предельных вероятностей.

- Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- в печатной форме,
- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

При необходимости обучающемуся инвалиду и лицу с ОВЗ предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене. У обучающегося инвалида и лица с ОВЗ имеется возможность выбора формы контроля на практических занятиях, зачетах, экзаменах, подходящая конкретно для него.

• Методические материалы к практическим (семинарским) занятиям

На практических занятиях разбираются типовые задачи по следующим темам:

1. Комбинаторика.
2. Алгебра случайных событий.
3. Классические определения вероятностей

4. Основные формулы теории вероятностей
5. Формулы Бернулли, Муавра-Лапласа и Пуассона
6. Числовые характеристики СВ
7. Основные распределения
8. Условные законы распределения СВ. Функции СВ.
9. Предельные теоремы теории вероятностей
10. Первичная обработка данных.
11. Статистические оценки параметров распределений.
12. Метод наименьших квадратов.
13. Интервальные оценки.
14. Статистическая проверка гипотез
15. Критерии согласия
16. Случайные процессы. Цепи Маркова

• **Методические указания для самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит из повторения теоретического (лекционного) материала и в выполнении домашних заданий – решении задач по темам семинаров.

Пример домашнего задания (5–6-й разделы дисциплины):

Дан набор чисел x_i, y_i :

36	39	47	33	57	20	54	33	43	33
28	47	32	48	27	43	58	53	25	50

Найти:

- 1) (M^*X, M^*Y); 2) (D^*X, D^*Y); $\sigma^*(X)$ и $\sigma^*(Y)$;
 - 3) исправленные средние квадратичные отклонения $s(X)$ и $s(Y)$;
 - 4) ковариацию и выборочный коэффициент корреляции;
 - 5) написать уравнение линейной регрессии;
 - 6) решить уравнение регрессии и найти уравнение прямой $M(Y|x)$;
- В предположении, что X и Y нормально распределены:
- 7) найти доверительные интервалы для MX и MY с надёжностью 95% в 2-х случаях – а) считая, что $\sigma(X)$ известна и равна $\sigma^*(X)$, – б) считая дисперсию неизвестной;
 - 8) найти доверительные интервалы для СКО $\sigma(X)$ и $\sigma(Y)$ с надёжностью 90%;
 - 9) проверить гипотезу о равенстве дисперсий на уровне значимости 0,01.

В течение семестра студенты должны выполнить две контрольные работы, содержащие в общей сложности более 40 задач.

<i>№ п/п</i>	<i>№ раздела дисциплины</i>	<i>Содержание самостоятельной работы</i>	<i>Трудоемкость</i>
1	1-4	ПР–2.1. Контрольная работа по разделам 1–8	42
2	5-8	ПР–2.2. Контрольная работа по разделам 9–16	34

• **Методическое обеспечение инновационных форм учебных занятий и проч.**

С целью формирования и развития требуемых компетенций обучающихся в сочетании с внеаудиторной работой в учебном процессе используются инновационные образовательные технологии (до 20% от объема аудиторных занятий). В качестве таковых используется частично на лекциях, а в основном на практических занятиях интерактивное обсуждение отдельных разделов дисциплины, иллюстрация теоретических положений примерами из жизни и практики, демонстрация теоретико-вероятностного и статистического

подходов к решению широкого круга научных, практических и социально–значимых задач, постановка и решение соответствующих задач.

Разбор различных моделей представления знаний, задач моделирования интеллектуальной деятельности.

Инновационные формы проведения учебных занятий

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
3	Лекции	Разбор конкретных ситуаций: «Причины случайных событий», «Происхождение нормального распределения», «Вероятность в физике», «Оценка вероятностей и точность статистических опросов»	7
	Семинары	Разбор практических применений: «Алгебра событий», «Нормальное распределение и пуассонов поток», «Первичная обработка экспериментальных данных», «МНК», «Проверка гипотез», «Процессы рождения и гибели популяции»	7
	Итого:		14