

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»  
Кафедра «Общеобразовательные дисциплины»



УТВЕРЖДАЮ

Директор

/Евсиков А.А./  
Фамилия И.О.

«Протвино» подпись

« 28 » 06 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Математический анализ

*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки (специальность)

03.03.02 Физика

*код и наименование направления подготовки (специальности)*

Уровень высшего образования

бакалавриат

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

Направленность (профиль) программы (специализация)

«Медицинская физика»

Форма обучения

очная

*очная, очно-заочная, заочная*

Протвино, 2020

Преподаватель (преподаватели):

Клименко К.Г., профессор, д.ф.-м.н., кафедра Общеобразовательных дисциплин

Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись



Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования

03.03.02 Физика

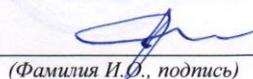
(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры Общеобразовательных дисциплин

(название кафедры)

Протокол заседания № 3 от « 24 » 06 2020 г.

Заведующий кафедрой

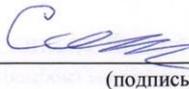


Сытин А.Н.

(Фамилия И.О., подпись)

СОГЛАСОВАНО

Зав. выпускающей кафедрой



/А.А. Соколов/

(подпись)

(фамилия, имя, отчество)

«    »   20 г.

Эксперт

(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность)

## Оглавление

|   |    |
|---|----|
| 1 Цели и задачи освоения дисциплины (модуля) .....  | 4  |
| 2 Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля) .....  | 4  |
| 3 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП .....  | 4  |
| 4 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) .....   | 4  |
| 5 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... | 6  |
| 6 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий ..   | 7  |
| 7 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю) .....   | 11 |
| 8 Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения .....  | 13 |
| 9 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) .....  | 13 |
| 10 Ресурсное обеспечение .....  | 22 |
| 11 Язык преподавания .....  | 25 |

## **1 Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)**

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» является ознакомление будущего бакалавра с основами дифференциального и интегрального исчисления функции одной или нескольких вещественных переменных как одного из важнейших методов исследования в области естественных наук и инженерно-технической деятельности, а также развитие у студентов рационального понимания окружающего мира, навыков логического мышления, формирование способности к самостоятельному анализу и техническому творчеству. Все это является необходимой подготовкой студентов к профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины охватывают теоретические и практические аспекты подготовки будущего специалиста:

- основные теоремы и правила теории пределов и дифференциального исчисления функции одной переменной;
- основные теоремы и правила теории интегрального исчисления функции одной переменной;
- основные теоремы и понятия теории функций нескольких переменных и теории скалярного поля;

При этом будущие специалисты овладевают:

- методикой вычисления пределов и нахождения производных основных элементарных функций;
- навыками нахождения площадей и объемов различных геометрических фигур с помощью определенного интеграла;
- навыками использования производной и интеграла в физических и технических приложениях;

методами нахождения частных производных, производной по выбранному направлению и градиента функции нескольких вещественных переменных

## **2 Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля)**

Объектами профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата, являются: физические системы различного масштаба и уровней организации, процессы их функционирования; физические, инженерно-физические, биофизические, химико-физические, медико-физические, природоохранные технологии; физическая экспертиза и мониторинг.

## **3 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина Б1.Б.9.1 «Математический анализ» относится к числу обязательных дисциплин базовой части блока дисциплин. Курс призван обеспечить общеобразовательную теоретическую подготовку студентов к практической работе в различных областях науки и техники.

Программа дисциплины «Математический анализ» состоит из таких разделов, как дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной, элементов теории функций нескольких переменных и теории поля и др. Её изучение проводится в первом, втором и третьем семестрах. Приступая к изучению дисциплины, студент должен достаточно хорошо знать элементарную математику и элементы высшей математики в объеме средней школы.

После обучения по программе «Математический анализ» студент должен быть подготовлен к изучению дисциплин из курса общей и теоретической физики, а также таких дисциплин модуля «Математика», как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Вычислительная математика», «Введение в исследование операций», «Статистика», «Дискретная математика» и др. Кроме того, дисциплина «Математический анализ» является основой для успешного освоения различных спецкурсов и чтения оригинальной научной и инженерно-технической литературы по основной специальности «Физика».

## **4 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с плани-**

**руемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

*Раздел заполняется в соответствии с картами компетенций.*

| <p align="center"><b>Формируемые компетенции<br/>(код компетенции, уровень (этап) освоения)<br/>(последний – при наличии в карте компетенции)</b></p>  | <p align="center"><b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций</b></p>   |
|--|---|
| <p>ОПК-2 – способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</p> | <p><b>Знать</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Область определения основных элементарных функций. Определение предела функции. Способы раскрытия неопределенностей вида <math>0/0</math>, <math>\infty - \infty</math>, <math>\infty / \infty</math>. Понятия непрерывной и разрывной функции.</li> <li>– Определение производной функции, ее геометрический и физический смыслы. Основные правила и формулы дифференцирования. Достаточное и необходимое условия существования экстремума функции. Физический смысл производной второго порядка. Формулу Тейлора.</li> <li>– Таблицу простейших неопределенных интегралов и основные правила и методы вычисления неопределенных интегралов. Свойства определенного интеграла и его геометрический смысл. Формулу Ньютона –Лейбница.</li> <li>– Определение дифференциала и частных производных функции нескольких переменных (ФНП). Достаточные условия экстремума ФНП. Производную по направлению ФНП. Градиент скалярного поля.</li> <li>– Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами. Определение ряда Тейлора и Фурье. Определения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.</li> </ul> <p><b>Уметь</b> *)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Вычислять предел дробно-линейной функции. Использовать способы раскрытия неопределенностей при вычислении пределов. Вычислять пределы функций, применяя знание первого и второго замечательных пределов. Находить точки разрыва дробно-рациональной функции.</li> <li>– Дифференцировать основные элементарные функции. Дифференцировать сложные функции. Использовать правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей <math>0/0</math>, <math>\infty / \infty</math>. Уметь исследовать функцию на экстремум, находить точки перегиба, области монотонного убывания и возрастания ее графика.</li> <li>– Раскладывать функции в ряд Тейлора и Фурье. Вычислять кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.</li> </ul> <p><b>Владеть</b> *)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Основными методами вычисления пределов функции одной переменной.</li> <li>– Техникой дифференцирования функций одной и нескольких переменных.</li> <li>– Основными техническими приемами вычисления определенных и неопределенных интегралов, а</li> </ul> |

|  |  |
|--|--|
|  | <p>также кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.</p> <p>– Теорией числовых и функциональных рядов.</p> <p>– Навыками самостоятельного углубления полученных знаний с использованием различных источников.</p> |
|--|--|

\*) результат обучения сформулирован на основании требований профессиональных стандартов:  
 – «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» № 32 (приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 4 марта 2014 г. № 121н)

**5 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Объем дисциплины (модуля) составляет 12 зачетных единиц, всего 432 часа, из которых:

**204 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем<sup>1</sup>:**

102 часа – лекционные занятия;

102 часа – практические занятия.

\_\_\_\_\_ часов – мероприятия текущего контроля успеваемости<sup>2</sup>;

\_\_\_\_\_ часов – мероприятия промежуточной аттестации<sup>4</sup> (экзамен),

**120 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.**

<sup>1</sup> Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

<sup>2</sup> В скобках необходимо сделать уточнение, если мероприятия текущего контроля успеваемости и (или) промежуточной аттестации (например, зачет, дифференцированный зачет) проводятся в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

**6 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий**

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  | Всего (часы) | В том числе:  |                     |                      |                      |    |                        |                             |   |   |                             |                             |       |
|--|--------------|---|---------------------|----------------------|----------------------|----|------------------------|-----------------------------|---|---|-----------------------------|-----------------------------|-------|
|  |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них <sup>3</sup> |                     |                      |                      |    |                        |                             |   | Самостоятельная работа обучающегося, часы, из них |                             |                             |       |
|  |              | Лекционные занятия  | Семинарские занятия | Практические занятия | Лабораторные занятия | .. | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)* | Всего   | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератов и т.п. | Всего |
| <b>I семестр</b>   |              |   |                     |                      |                      |    |                        |                             |   |   |                             |                             |       |
| <b>Раздел 1. Введение.</b> Предмет математического анализа. Некоторые методы доказательств: метод доказательства от противного, метод математической индукции. Формула бинома Ньютона.   |              | 2   |                     | 2                    |                      |    |                        |                             |   | 4   |                             |                             |       |
| <b>Раздел 2. Вещественные числа. Числовые последовательности.</b> Множество вещественных чисел. Абсолютная величина числа. Точная верхняя и нижняя грани числовых множеств. Понятие числовой последовательности и ее предела. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Основные теоремы о пределе последовательности. Число e. |              | 8   |                     | 8                    |                      |    |                        |                             |   | 16  |                             | 20                          | 20    |
| <b>Раздел 3. Функция и ее предел.</b> Понятие функции и ее предельного значения в точке. Предел на бесконечности и плюс/минус бесконечности. Теоремы о   |              | 10  |                     | 10                   |                      |    |                        |                             |   | 20  |                             |                             |       |

<sup>3</sup> Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

|   |   |    |  |    |  |  |  |  |  |    |   |    |    |
|---|---|----|--|----|--|--|--|--|--|----|---|----|----|
| пределе функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их сравнение. Понятие непрерывности функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях.  |   |    |  |    |  |  |  |  |  |    |   |    |    |
| <b>Раздел 4. Производная и дифференциал.</b> Определение производной, ее геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Производная сложной, обратной и функции, заданной параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя. |   | 10 |  | 10 |  |  |  |  |  | 20 |   | 20 | 20 |
| <b>Раздел 5. Исследование графика функции.</b> Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость, вогнутость, и точки перегиба функции. Асимптоты. Схема построения графика функции. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции.   |   | 4  |  | 4  |  |  |  |  |  | 8  |   |    |    |
| Промежуточная аттестация <u>зачёт с оценкой</u> (указывается форма проведения)**  | 4 | X  |  |    |  |  |  |  |  |    | X |    |    |
| <b>Итого</b>  |   | 34 |  | 34 |  |  |  |  |  | 68 |   | 40 | 40 |

## II Семестр

|  |  |    |  |    |  |  |  |  |  |  |  |    |    |
|--|--|----|--|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|
| <b>Раздел 1. Неопределенный интеграл.</b> Понятие неопределенного интеграла. Основные методы и формулы интегрирования. Интегрирование рациональных функций и некоторых других классов функций.   |  | 8  |  | 8  |  |  |  |  |  |  |  | 40 | 40 |
| <b>Раздел 2. Определенный интеграл.</b> Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Связь с неопределенным интегралом. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Понятие несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Признаки сходимости. |  | 10 |  | 10 |  |  |  |  |  |  |  |    |    |

<sup>4</sup> Часы на промежуточную аттестацию (зачет, дифференцированный зачет, экзамен и др.) указываются в случае выделения их в учебном плане.

|   |  |    |  |    |  |  |  |  |    |  |    |    |  |
|---|--|----|--|----|--|--|--|--|----|--|----|----|--|
| <b>Раздел 3. Функции нескольких переменных.</b> Метрические и евклидовы пространства. Понятие функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные. Дифференциал. Производные сложной функции. Неявные функции. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. |  | 16 |  | 16 |  |  |  |  |    |  |    |    |  |
| Промежуточная аттестация <u>экзамен</u> (указывается форма проведения)**  |  |    |  |    |  |  |  |  |    |  |    |    |  |
| <b>Итого</b>  |  | 34 |  | 34 |  |  |  |  | 68 |  | 40 | 40 |  |

| <b>III Семестр</b>  |  |    |  |    |  |  |  |  |  |  |  |    |    |
|---|--|----|--|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|
| <b>Раздел 1. Числовые ряды.</b> Понятие суммы бесконечного числового ряда. Основные свойства сходящихся и расходящихся числовых рядов. Некоторые достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Знакопеременные числовые ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости.   |  | 8  |  | 8  |  |  |  |  |  |  |  |    |    |
| <b>Раздел 2. Функциональные ряды.</b> Понятие о функциональном ряде и его области сходимости. Равномерная сходимость. Основные свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье периодических функций и функций, заданных на отрезке. |  | 10 |  | 10 |  |  |  |  |  |  |  | 40 | 40 |
| <b>Раздел 3. Кратные интегралы.</b> Понятие о двойном и повторном интегралах. Вычисление двойного интеграла с помощью повторного. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и физические приложения двойного интеграла. Понятие о тройном интеграле и его вычислении с помощью повторных интегралов.  |  | 8  |  | 8  |  |  |  |  |  |  |  |    |    |

|  |  |    |  |    |  |  |  |  |  |    |  |    |    |
|--|--|----|--|----|--|--|--|--|--|----|--|----|----|
| <b>Раздел 4. Крив--ные и пов--ные нт-лы.</b> Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина. Вычисление площадей. Поверхностные интегралы. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса |  | 8  |  | 8  |  |  |  |  |  |    |  |    |    |
| Промежуточная аттестация <u>экзамен</u> (указывается форма проведения)**   |  |    |  |    |  |  |  |  |  |    |  |    |    |
| <b>Итого</b>   |  | 34 |  | 34 |  |  |  |  |  | 68 |  | 40 | 40 |

*\*Текущий контроль успеваемости может быть реализован в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.*

*\*\* Промежуточная аттестация может проходить как в традиционных форма (зачет, экзамен), так и в иных формах: балльно-рейтинговая система, защита портфолио, комплексный экзамен, включающий выполнение практических заданий (возможно наряду с традиционными ответами на вопросы по программе дисциплины (модуля)).*

**7 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)**

**Методические указания к практическим занятиям**

Последовательное решение практических задач по темам:

а) 1 семестр

1. Элементарные функции. Основные свойства.
2. Исследование функции на выпуклость, вогнутость.
3. Обратная функция. Сложная функция. Пр--ная сложн. функции.
4. Вычисление предела последовательности.  $\infty - \infty$ ;  $\infty / \infty$ ;  $0/0$ .
5. Предел функции. Первый замечательный предел.
6. Второй замечательный предел. Следствия.
7. Эквивалентные бесконечно малые величины.
8. Правило Лопиталя.
9. Логарифмическая производная. Производные неявных функций.
10. Контрольная работа: «Предел функции».
11. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
12. Определение производной. Дифф--ние явно заданной функции.
13. Производные высших порядков. Дифференциал.
14. Исследование функции. Построение графика функции.
15. Контрольная работа «Дифференцирование».
16. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.

**Образец варианта аудиторной контрольной работы по теме - ПРЕДЕЛЫ**

Вариант 1: Найти следующие пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{3x^2 + 2x + 5}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}. \quad 3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\cos \frac{x}{2}}.$$
$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{3x-1}. \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x - x^2}$$

**Образец варианта аудиторной контрольной работы по теме - ПРОИЗВОДНАЯ**

Вариант 1: Найти производные следующих функций

$$1. y = 5^{\sin^4 2x}. \quad 2. y = \operatorname{tg} x \cdot \cos e^{-x^3}. \quad 3. y = \frac{\arcsin 2x}{\arccos x}. \quad 4. y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^3.$$

$$5. \text{Найти } \frac{d^2 y}{dx^2}, \text{ если } y = e^{2x} \cos 3x.$$

б) 2 семестр

1. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование по частям
4. Интегрирование рациональных дробей
5. Интегралы вида  $\int R(e^x) dx$ ,  $R$  – рациональная функция
6. Интегрирование простейших иррациональных функций

7. Тригонометрические подстановки
8. Аудиторная контрольная работа: «Неопределенный интеграл»
9. Определенный интеграл. Основные свойства.
10. Несобственные интегралы
11. Вычисление площади плоской фигуры.
12. Вычисление объема тела
13. Вычисление площади поверхности вращения
14. Частные производные и дифференцируемость функции нескольких переменных
15. Полный дифференциал
16. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
17. Задачи на экстремум функции нескольких переменных.

### Примеры вариантов аудиторной контрольной работы по теме - ИНТЕГРАЛ

Вариант 1.

$$1. \int \sqrt{1+x^2} dx$$

$$2. \int (2x+1)e^{-2x} dx$$

$$3. \int \frac{2x-3}{1+x^2} dx$$

$$4. \int \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+4e^x+5} dx$$

$$5. \int \frac{6x-4}{(x-2)^2(x+2)} dx$$

Вариант 2.

$$1. \int \sqrt{1+x^3} x^2 dx$$

$$2. \int x \sin 2x dx$$

$$3. \int \frac{2x-3}{x^2+4} dx$$

$$4. \int \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+4e^x+3} dx$$

$$5. \int \frac{6x+4}{(x+2)^2(x-2)} dx$$

Вариант 3.

$$1. \int \sqrt{1+x^4} x^3 dx$$

$$2. \int x \cos 3x dx$$

$$3. \int \frac{4x-5}{x^2+4x+5} dx$$

$$4. \int \frac{2e^x}{e^{2x}+4e^x+3} dx$$

$$5. \int \frac{6x-4}{x(x-1)(x-2)} dx$$

в) 3 семестр

1. Числовые ряды. Задачи на геометрическую прогрессию.
2. Задачи на нахождение сумм некоторых простейших рядов.
3. Признак сравнения сходимости рядов.
4. Признак Даламбера. Признак Коши.
5. Задачи на сходимость знакочередующихся рядов.
6. Исследование на сходимость знакопеременных рядов.
7. Аудит. Контрольная работа по теме «Числовые ряды».
8. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена.
9. Разложение функций в ряд Фурье.
10. Вычисление двойного интеграла с помощью повторного.
11. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле.
12. Замена переменных в двойном интеграле.
13. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской фигуры.
14. Задачи на тройной интеграл.
15. Задачи на контурное интегрирование.
16. Задачи на поверхностные интегралы.

### Типичный вариант аудиторной КР по теме «Числовые ряды»

Вариант 1

1. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n+5}$ .

2. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{5^n}$ .

3. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .

4. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$ .

5. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 1}}$ .

На практических домашних и аудиторных занятиях студенты приобретают навыки решения задач по темам «Предел функции», «Производная функции» и др. Домашние задания формируются на основе соответствующих разделов задачников (см. Список основной литературы). Кроме индивидуальных самостоятельных контрольных работ ПР-2 предусмотрены и общие для всех домашние задания (ДЗ), темы которых соответствуют темам практических занятий. Объем каждого такого ДЗ составляет примерно 2 ч. самостоятельной работы в неделю. Для контроля выполнения ДЗ производится выборочный опрос студентов. В случае неуспеваемости студента контроль выполнения ДЗ становится постоянным. Кроме того, наличие всех ДЗ, не говоря о контрольных работах ПР-2, проверяется на экзамене или зачете. Индивидуальные домашние задания для самостоятельной работы составляются на основе сборников типовых расчетов (см. Список дополнительной литературы).

## **8 Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения**

*Перечень обязательных видов учебной работы студента:*

- посещение лекционных занятий;
- ответы на теоретические вопросы на практических занятиях;
- решение практических задач и заданий на практических занятиях;
- выполнение контрольных работ.

## **9 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

- Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.<sup>5</sup>

---

*код и формулировка компетенции*

---

<sup>5</sup> Данная таблица заполняется по каждой компетенции, формирование которой предусмотрено рабочей программой дисциплины (модуля), отдельно.

- Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

| Планируемые результаты обучения<br>(показатели освоения компетенции)  | Критерии оценивания результатов обучения |  |  |  |   |
|---|--|--|--|--|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5   |
| <b>Знать:</b><br>математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин.<br>Код 31 (ОПК-2)                                     | Отсутствие знаний                        | Не знает основные приемы, необходимые для использования математического аппарата при решении задач в области физики и смежных с ней дисциплинах.                         | Имеет представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах, но допускает неточности в формулировках.   | Имеет представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах.  | Имеет четкое, целостное представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах.   |
| <b>Знать:</b><br>теоретические и методологические основы смежных с физикой математических дисциплин и способы их использования при решении конкретных физических задач.<br>Код 32 (ОПК-2) | Отсутствие знаний                        | Не знает и не имеет общего представления о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов смежных с физикой математических дисциплин. | Имеет общее представление о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов математических дисциплин, может предложить отдельные примеры их использования при решении задач профессиональной деятельности. | Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ смежных с физикой математических дисциплин, может предложить примеры их использования в разных областях физики. | Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ смежных с физикой математических дисциплин, может предложить способ их использования при решении конкретной физической задачи. |
| <b>Уметь:</b><br>решать типовые учебные задачи по   | Отсутствие умений                        | Не умеет решать типовые задачи из базовых разделов   | Умеет решать типовые задачи из базовых разделов математических   | Умеет решать комбинированные задачи из базовых разделов  | Умеет решать задачи повышенной сложности из базовых разделов ма-  |

|  |                     |  |   |   |   |
|--|---------------------|--|---|---|---|
| основным разделам математических дисциплин.<br>Код У1 (ОПК-2)  |                     | математических дисциплин.  | дисциплин, но допускает отдельные ошибки.   | математических дисциплин.   | тематических дисциплин.   |
| <b>Уметь:</b><br>применять полученные теоретические знания для самостоятельного освоения специальных разделов математики, необходимых в профессиональной деятельности;<br>определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математики для решения профессиональных задач;<br>применять знания базовых математических дисциплин для анализа и обработки результатов физических экспериментов.<br>Код У2 (ОПК-2) | Отсутствие умений   | Не умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики. Не умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов. | Умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики под руководством специалиста более высокой категории. Умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов, рекомендованные специалистом более высокой категории. | Способен самостоятельно освоить типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики, но допускает отдельные ошибки при их применении в профессиональной сфере деятельности. Умеет оценивать условия применимости стандартных методик анализа и обработки результатов физического эксперимента, допуская ошибки в отдельных случаях. | Умеет применять и обосновать необходимость привлечения сведений из дополнительных разделов математики и ранжировать их по степени значимости для решения поставленной задачи (необходимые, вспомогательные, иллюстративные и др.). Способен самостоятельно освоить основные теоретические положения и типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики. Умеет оценивать адекватность и физическую корректность моделей, используемых при обработке результатов физического эксперимента. |
| <b>Владеть:</b><br>навыками самостоятельной работы с учебной литературой по ба-  | Отсутствие владения | Не владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками  | Недостаточно владеет методами решения базовых математических задач; владеет навыками воспроизведения осво-  | Хорошо владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками   | Свободно владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин, что позволя-   |

|   |                            |   |  |   |   |
|---|----------------------------|---|--|---|---|
| <p>зовым математическим дисциплинам;<br/>основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин;<br/>навыками решения базовых математических задач.<br/><b>Код В1 (ОПК-2)</b></p> |                            | <p>самостоятельной работы с учебной литературой;<br/>навыками решения базовых задач по любым математическим дисциплинам.</p>                | <p>енного учебного материала по базовым математическим дисциплинам, в целом; плохо ориентируется в учебной математической литературе;<br/>недостаточно владеет навыками bibliографического поиска.</p> | <p>применения решения базовых задач по математическим дисциплинам; владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по базовым математическим дисциплинам и хорошо в ней ориентируется.</p> | <p>ет формулировать выводы и участвовать в дискуссии по учебным вопросам базовых физических дисциплин; уверено владеет техникой решения усложненных задач по базовым математическим дисциплинам; легко ориентируется в учебной литературе по базовым математическим дисциплинам и владеет навыками критического анализа учебной информации.</p> |
| <p><b>Владеть:</b><br/>навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических задач.<br/><b>Код В2 (ОПК-2)</b></p>                                      | <p>Отсутствие владения</p> | <p>Не владеет навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических и смежных задач.</p> | <p>Способен предложить примеры использования теоретических представлений отдельных разделов математики для решения задач профессиональной деятельности.</p>  | <p>Владеет навыками применения теоретических и математических моделей при интерпретации результатов в отдельно взятой области физики и смежных дисциплинах, но допускает отдельные неточности.</p>                          | <p>Владеет навыками применения теоретических и математических моделей при планировании работ в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов.</p>  |

- Описание шкал оценивания.

При балльно-рейтинговой системе все знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины, оцениваются в баллах.

**Промежуточной формой контроля в 1–3 семестрах является зачёт.** По итогам работы в семестре студент может получить максимально **76** баллов. На зачёте студент может набрать максимально **50** баллов. Распределение баллов по видам работ, формирующих рейтинговую оценку работы студента, осуществляется следующим образом:

| Виды работ                                 | Максимальное количество баллов |
|--|--------------------------------|
| Посещаемость                               | 16                             |
| Контрольная работа ПР-2.1                  | 30                             |
| Контрольная работа ПР-2.2                  | 30                             |
| Промежуточная аттестация (зачет с оценкой) | 50                             |

Оценка качества работы в рейтинговой системе является накопительной и используется для оценивания системной работы студентов в течение всего периода обучения. Если студент за работу в семестре набирает 51 и более баллов, то он получает зачет.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

#### График выполнения самостоятельных работ студентами в 1-м семестре

| Виды работ | Недели учебного процесса |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|--------------------------|---|---|---|---|---|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
|            | 1                        | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| ПР-2.1     |                          |   |   |   |   |   |   | ВЗ |   |    |    | 33 |    |    |    |    |    |
| ПР-2.2     |                          |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    | ВЗ |    |    | 33 |    |

#### График выполнения самостоятельных работ студентами во 2-м семестре

| Виды работ | Недели учебного процесса |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|--------------------------|---|---|---|---|---|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
|            | 1                        | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| ПР-2.3     |                          |   |   |   |   |   |   | ВЗ |   |    |    | 33 |    |    |    |    |    |
| ПР-2.4     |                          |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    | ВЗ |    |    | 33 |    |

#### График выполнения самостоятельных работ студентами в 3-м семестре

| Виды работ | Недели учебного процесса |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|--------------------------|---|---|---|---|---|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
|            | 1                        | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| ПР-2.5     |                          |   |   |   |   |   |   | ВЗ |   |    |    | 33 |    |    |    |    |    |
| ПР-2.6     |                          |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    | ВЗ |    |    | 33 |    |

ВЗ – выдача задания  
33 – защита задания

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

#### Тематика самостоятельных контрольных работ студентов ПР-2

| Обозначение | № раздела дисциплины | Наименование самостоятельных работ | К-во часов |
|-------------|----------------------|------------------------------------|------------|
|             |                      |                                    |            |

|        |                 |   |    |
|--------|-----------------|---|----|
| ПР-2.1 | 3,4(1 семестр)  | Контрольная работа по теме «Предел и производная функции» (индивидуальное задание для каждого студента).            | 20 |
| ПР-2.2 | 5 (1 семестр)   | Контрольная работа по теме «Исследование графика функции» (индивидуальное задание для каждого студента).            | 20 |
| ПР-2.3 | 3 (2 семестр)   | Контрольная работа по теме «Интегралы» (индивидуальное задание для каждого студента).                               | 20 |
| ПР-2.4 | 3 (2 семестр)   | Контрольная работа по теме «Функции нескольких переменных» (индивидуальное задание для каждого студента).           | 20 |
| ПР-2.5 | 1,2 (3 семестр) | Контрольная работа по теме «Числовые и функциональные ряды» (индивидуальное задание для каждого студента).          | 20 |
| ПР-2.6 | 3,4 (3 семестр) | Контрольная работа по теме «Ряды, Кратные и криволинейные интегралы» (индивидуальное задание для каждого студента). | 20 |

**Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.1 по теме «Производная»**

Вариант 1: Найти производные следующих функций

$$1. y = 5^{\sin^4 2x}. \quad 2. y = \operatorname{tg} x \cdot \cos e^{-x^3}. \quad 3. y = \frac{\arcsin 2x}{\arccos x}. \quad 4. y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^3.$$

$$5. \text{Найти } \frac{d^2 y}{dx^2}, \text{ если } y = e^{2x} \cos 3x.$$

**Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.2 по теме «Исследование графика функций»**

Вариант 1: Провести полное исследование и построить графики функций

$$A) y = \frac{x^3}{x^2 - 1}; \quad B) y = x e^{-\frac{1}{x}}; \quad B) y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}.$$

**Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.4 по теме «Функции нескольких переменных».**

Вариант № 1.

$$1. \text{Найти } \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ если } z = \cos \frac{x}{y^4}.$$

$$2. \text{Найти } \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ если } z = \sin(u^3 v^5), \text{ где } u = e^{xy}, v = \operatorname{tg} 3x.$$

$$3. \text{Найти полную производную } \frac{dz}{dt}, \text{ если } z = \operatorname{tg} \frac{y^2}{tx}, \text{ где } x = \sin t, y = \cos 2t.$$

$$4. \text{Найти } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \text{ если } z = x e^{x^2 - y^3}.$$

$$5. \text{Исследовать на экстремум функцию } z = x^2 + xy + 4y^2 - 6x - 3y - 4.$$

$$6. \text{Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 19 = 0 \text{ в точке } M(1; 2; 2).$$

$$7. \text{Найти производную функции } u = x^3 y^2 z^3 \text{ в направлении вектора } \vec{a} = \{1; -2; 2\} \text{ в точке } M(1; 1; 2).$$

**Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.5 по теме «Числовые ряды»**

Вариант 1

$$1. \text{Исследовать сходимость ряда } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n+5}. \quad 2. \text{Найти сумму ряда } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{5^n}.$$

3. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .

4. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$ .

5. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$ .

**Типичный вариант домашней самостоятельной работы ПР-2.6 (Тема «Ряды, Кратные и криволинейные интегралы»)**

1. Найти сумму геометрической прогрессии  $\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{2}{5}\right)^n$

Исследовать сходимость числовых рядов.

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+n+3}{4n^2+1}$  . 3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{9^n}$  . 4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+n+3}{n^4+n+1}$  . 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2^n}{2^n}$  .

6. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n3^n}$ .

7. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = 2x + 1, -2 < x < 2$ .

8. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} f(x, y) dy$ .

9. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:  $z=0, z = 9 - x^2 - y^2$ .

10. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L ydx - xdy$ , если линия L задана параметрически  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$ .

- Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с «Положением балльно-рейтинговой системе оценки и текущем контроле успеваемости студентов», а также «Положением о промежуточной аттестации» университета «Дубна».

**Итоговой формой контроля в 1-3-м семестрах является экзамен.** Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за семестр – 70 баллов (до 17 баллов за посещаемость лекций, до 36 баллов за выполнение всех контрольных (аудиторных и двух ПР-2), с учетом качества выполнения, и до 17 баллов за активную работу на практических занятиях).

Если студент набрал в течение семестра не более 50 баллов, то он не допускается к экзамену.

Если студент набрал в течение семестра от 61 до 70 баллов, то он имеет право получить автоматическую оценку «удовлетворительно».

На экзамене студент может набрать до 30 баллов. Критерий оценки на экзамене — полнота и правильность ответа на вопросы билета.

Итоговая оценка «хорошо» ставится, если студент набрал от 71 до 85 баллов, «отлично» - если набрал от 86 до 100.

#### Список вопросов к экзамену (1-й семестр)

1. Формула бинома Ньютона.
2. Понятие о действительных числах. Их основные свойства, и операции над ними.
3. Модуль действительного числа. Основные свойства (доказать одно из них).
4. Ограниченные и неограниченные множества. Существование точной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) множества.
5. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Примеры.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Доказать, что последовательность  $\{q^n\}$  — бесконечно малая при  $0 < q < 1$ , и бесконечно большая при  $q > 1$ .

7. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Определения и свойства (доказать одно из них).
8. Определение сходящейся последовательности. Доказать теорему о связи последовательности, имеющей предел, с бесконечно малой.
9. Определение сходящейся последовательности. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
10. Теоремы о пределах суммы, произведения и частного сходящихся последовательностей (доказать две из них).
11. Определение сходящейся последовательности. Теорема о предельном переходе в неравенстве.
12. Предельный переход в неравенствах. Теорема о трех последовательностях.
13. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной и ограниченной последовательности.
14. Доказательство существования предела последовательности  $(1+1/n)^n$ .
15. Определение подпоследовательности. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности.
16. Числовые функции и способы их задания. Предел функции в точке по Гейне.
17. Правый и левый пределы функции в точке. Теорема о связи односторонних пределов и предела функции в точке.
18. Теоремы о пределах суммы, разности, произведения и частного двух функций.  
Предел многочлена в точке.
19. Доказать две теоремы о переходе к пределу в неравенствах, которым удовлетворяют функции, имеющие предел.
20. Первый “замечательный” предел.
21. Определение предела функции на бесконечности, плюс бесконечности и минус бесконечности. Второй “замечательный” предел.
22. Бесконечно малые функции. Теорема о связи функции, имеющей предел, с бесконечно малой функцией.
23. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций. Примеры.
24. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно больших функций. Примеры.
25. Непрерывность функции в точке (три эквивалентных определения), непрерывность функции справа (слева).
26. Доказательство непрерывности функций  $\cos(x)$  и  $\sin(x)$ .
27. Доказательство непрерывности функции  $\ln(x)$ .
28. Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Примеры.
29. Арифметические действия над непрерывными функциями.
30. Теорема о непрерывности сложной функции.
31. Понятие обратной функции. Ее график. Примеры.
32. Обратная функция. Теорема о непрерывности обратной функции.
33. Определение и геометрический смысл производной. Производные функций  $x^n$ ,  $\cos(x)$ .
34. Определение и геометрический смысл производной. Производные функций  $\sin(x)$ ,  $\ln(x)$ .
35. Дифференцируемость функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
36. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Правила дифференцирования суммы и разности двух функций.
37. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Правила дифференцирования произведения двух функций.
38. Правила дифференцирования частного двух функций. Производные функций  $\operatorname{tg}(x)$ ,  $\operatorname{ctg}(x)$ .
39. Производная обратной функции. Производная функции  $\arcsin(x)$ .
40. Производная обратной функции. Производная функции  $\operatorname{arctg}(x)$ .
41. Теорема о производной сложной функции. Производная степенной функции с произвольным вещественным показателем.
42. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
43. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
44. Производные высших порядков. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства биномиальных коэффициентов.
45. Определение предела функции в точке по Коши. Доказательство эквивалентности определений Гейне и Коши.
46. Определение непрерывности функции в точке по Коши. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке (доказательство необходимости).
47. Ограниченные функции. Теорема об ограниченности непрерывной функции.  
Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
48. Теорема об обращении в нуль функции, непрерывной на отрезке и принимающей на его концах значения разных знаков. Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной на отрезке.
49. Первая теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
50. Вторая теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
51. Возрастающие и убывающие функции. Достаточное условие возрастания (убывания).
52. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума.

### Список вопросов к экзамену (2-й семестр)

1. Понятие первообразной, неопределенного интеграла и их свойства.
2. Таблица неопределенных интегралов для элементарных функций.
3. Замена переменных в неопределенном интеграле.
4. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
5. Простейшие дроби и их интегрирование.
6. Разложение правильных дробей на простейшие методом неопределенных коэффициентов.
7. Интегрирование рациональных функций.
8. Замена переменных при интегрировании иррациональных функций.
9. Интегрирование функций вида  $R(\sin(x), \cos(x))$ .
10. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
11. Понятие об определенном интеграле. Необходимое и достаточное условия его существования.
12. Теоремы о существовании интегрируемых функций.
13. Необходимость ограниченности области интегрирования для существования определенного интеграла.
14. Необходимость ограниченности функции для существования определенного интеграла.
15. Основные свойства определенного интеграла.
16. Оценки определенных интегралов.
17. Теорема о среднем значении.
18. Определенный интеграл с переменным верхним пределом (доказательство непрерывности и дифференцируемости).
19. Формула Ньютона – Лейбница.
20. Замена переменных в определенном интеграле.
21. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
22. Площади криволинейной трапеции и других плоских фигур в терминах определенного интеграла (границы фигур заданы в декартовых координатах).
23. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
24. Площадь криволинейной трапеции, граница которой задана в параметрическом виде.
25. Вычисление объема тел по известному поперечному сечению. Объем тел вращения.
26. Площадь поверхности вращения.
27. Длина дуги плоской кривой в прямоугольных и полярных координатах.
28. Длина дуги плоской кривой, заданной в параметрическом виде.
29. Несобственные интегралы первого рода. Определение и примеры.
30. Несобственные интегралы второго рода. Определение и примеры.
31. Признак сравнения сходимости несобственных интегралов. Примеры.
32. Предельный признак сравнения сходимости несобственных интегралов. Примеры.
33. Сходимость несобственного интеграла от функции, если сходится несобственный интеграл от ее абсолютно-го значения.
34. Понятие об  $n$ -мерном вещественном пространстве  $R^n$ ,  $n$ -мерном метрическом пространстве и  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $E^n$  (примеры).
35. Понятие функции многих переменных: область определения и область значений. График функции двух переменных.
36. Понятие открытого множества в  $E^n$ . Граница множества. Замкнутое множество. Понятие области, окрестности точки и др.
37. Предел последовательности точек из  $E^n$ . Определение предела функции двух (нескольких) переменных.
38. Понятие предела функции двух переменных в точке  $M$  вдоль некоторой кривой. Примеры функций, не имеющих предела.
39. Непрерывность функции двух переменных в точке. Основные свойства непрерывных функций. Определение точки разрыва функции. Примеры.
40. Понятие полного приращения функции нескольких переменных. Непрерывность функции в точке в терминах приращений функции и аргументов.
41. Свойства функций, непрерывных на замкнутой, ограниченной области.
42. Частные производные.
43. Определение дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.
44. Связь дифференцируемости и непрерывности функции.
45. Необходимое условие дифференцируемости функции (существование частных производных).
46. Полный дифференциал функции многих переменных.
47. Понятие сложной функции одной, двух и т.д. переменных с двумя, тремя и т.д. промежуточными переменными. Ее непрерывность и дифференцируемость.
48. Правила вычисления частных производных сложных функций.
49. Производная по направлению. Градиент.

50. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
51. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума функции двух переменных.
52. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
53. неявные функции многих переменных. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
54. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке М.
55. Условный экстремум. Множитель Лагранжа и функция Лагранжа. Необходимое условие экстремума.

### Список вопросов к экзамену (3-й семестр)

1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.
2. Две теоремы о достаточном условии существования двойного интеграла.
3. Определение правильной области интегрирования. Два типа повторных интегралов.
4. Сведение двойного интеграла по прямоугольной области к одному из повторных интегралов.
5. Сведение двойного интеграла по произвольной области к повторному.
6. Замена переменных в двойном интеграле.
7. Переход в двойном интеграле от прямоугольных координат к полярным.
8. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость ряда. Примеры.
9. Необходимое условие сходимости числового ряда.
10. Расходимость гармонического ряда.
11. Свойства сходящихся числовых рядов (умножение членов ряда на постоянное число, почленное суммирование сходящихся рядов, отбрасывание конечного числа членов ряда).
12. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
13. Признак сравнения сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
14. Признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
15. Предельный признак сравнения сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
16. Интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
17. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница сходимости ряда.
18. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Теорема об их сходимости.
19. Свойства абсолютно сходящихся рядов (исключая возможность перестановки членов абсолютно сходящегося ряда).
20. Теорема о независимости суммы абсолютно сходящегося числового ряда от порядка суммирования его членов
21. Условно сходящиеся числовые ряды. Примеры. Теорема о перестановке членов условно сходящихся числовых рядов
22. Понятие функционального ряда. Сходимость и абсолютная сходимость функционального ряда
23. Равномерная сходимость функционального ряда. Примеры.
24. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда
25. Основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
26. Степенные ряды. Теорема Абеля о сходимости степенного ряда
27. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.
28. Признаки Коши и Даламбера определения радиуса сходимости степенного ряда.
29. Основные свойства степенных рядов
30. Теорема о связи суммы степенного ряда с его коэффициентами
31. Определение ряда Тейлора (Маклорена) бесконечно дифференцируемой функции.
32. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора (Маклорена).
33. Разложение в ряд Маклорена функций  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $(1+x)^a$ ,  $\exp(x)$ .
34. Ортогональные на отрезке системы функций (определения и пример тригонометрической системы).
35. Ряды и коэффициенты Фурье периодических функций с периодом  $2\pi$
36. Ряды и коэффициенты Фурье четных и нечетных периодических функций
37. Определение двойного интеграла.
38. Определение повторного интеграла.
39. Определение крив. ин-ла 1-го рода.
40. Определение крив. ин-ла 2-го рода
41. Определение поверхностного ин-ла 1-го рода
42. Определение поверхностного ин-ла 2-го рода
43. Формула Остроградского
44. Формула Стокса.

### 10 Ресурсное обеспечение

- **Перечень основной и дополнительной учебной литературы**  
*Основная учебная литература*

1. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / Шипачев В.С., - 3-е изд. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. (Высшее образование) ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/469727> (дата обращения: 14.04.2020). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Шершнева, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102414-0. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1008011> (дата обращения: 14.04.2020) . Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник / В.С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). — [www.dx.doi.org/10.12737/5394](http://www.dx.doi.org/10.12737/5394). - ISBN 978-5-16-101787-6. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/990716> (дата обращения: 14.04.2020) . Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

#### *Дополнительная учебная литература*

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Ч.1. Изд. 5-е, испр. Учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - М.: Издательский дом "Оникс 21 век: Мир и образование", 2003. - 304 с.: ил.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Ч.2. Изд. 5-е, испр. Учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - М.: Издательский дом "Оникс 21 век: Мир и образование", 2003. - 414 с.: ил.
3. Клименко, К.Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики. : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. - М.: Прометей, 2014. - 107с. - ISBN 978-5-7042-2529-4.  
Клименко К.Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики: практикум : электронное методическое пособие / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая; Рец. А. В. Разумов. - Протвино : Филиал "Протвино" государственного университета "Дубна", 2017. - 63с.: ил. - Текст : электронный. // Веб-сайт филиала «Протвино» государственного университета «Дубна». – URL: [http://uni-protvino.ru/enter\\_ump.html](http://uni-protvino.ru/enter_ump.html). Режим доступа ограниченный, по логину и паролю.
4. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 9-е изд., стер. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 432 с. - ISBN 978-5-394-03710-8. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1091871> (дата обращения: 14.04.2020). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
5. Шершнева, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями : учеб. пособие / В.Г. Шершнева. — Москва : ИНФРА-М, 2018. — 164 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).ISBN 978-5-16-005487-2. - Текст : электронный // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/958345> (дата обращения: 17.04.2020) . Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

#### • Периодические издания

1. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный областной университет; гл. ред. Бугаев А.С. – М.:МГОУ. – Журнал выходит 6 раз в год. - Основан в 1998 году - ISSN 2310-7251. – Текст : электронный. – Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25657](https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657)
2. Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. Чубариков В.Н. – М.: ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова – Журнал выходит 6 раз в год. - Основан в 1946 году. - ISSN 0579-

9368. – Текст : электронный. Полные электронные версии статей журнала доступны по подписке в БД периодических изданий «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>

3. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. академик РАН Моисеев Е.И. – М.: ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова – Журнал выходит 2 раза в полуг. - Основан в 1977 году. – ISSN 0137-0782. – Текст : электронный. – Полные электронные версии статей журнала доступны по подписке на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://www.elibrary.ru/title\\_about.asp?id=8373](https://www.elibrary.ru/title_about.asp?id=8373)

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

*Электронно-библиотечные системы и базы данных*

1. ЭБС «Znaniium.com»: <http://znaniium.com/>
2. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://biblio-online.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (РУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: <http://elibrary.ru>
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.рф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>

*Научные поисковые системы*

1. Math-Net.Ru - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
2. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
3. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
4. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
5. WorldWideScience.org - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. <http://worldwidescience.org/>

*Профессиональные ресурсы сети «Интернет»*

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
2. Образовательный математический сайт EXPonenta.ru <https://exponenta.ru/>
3. Математический сайт Math.ru <http://math.ru/lib/>
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики. <http://www.inm.ras.ru/>

- **Описание материально-технической базы**

Лекционные и семинарские занятия со студентами проводятся в стандартно оборудованных аудиториях Филиала, имеющих все необходимые средства для проведения занятий. Для проведения численных расчётов при выполнении самостоятельных работ студентам предоставляется возможность работы в компьютерных классах на персональных компьютерах с использованием стандартного программного обеспечения. Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open office (свободная лицензия, код доступа не требуется),

Русский

## **11 Язык преподавания**